HOCHSCHULE COBURG

Institut für Sensor- und Aktortechnik

Fakultät Angewandte Naturwissenschaften

Entwicklung eines Ultraschall-Messverfahrens zur Charakterisierung der Knochen-Implantat-Schnittstelle bei Hüftprothesen

Abschlussarbeit

zur Erlangung des akademischen Grades eines

Bachelor of Engineering (B. Eng.)

Vorgelegt von	Jan Lützelberger
Vorgelegt am	11. August 2022
Betreut durch	Prof. Dr. Klaus Stefan Drese (Prüfer) Philipp Arneth, M. Eng.
Im Studiengang	Technische Physik

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich an Eides statt, dass ich die vorliegende Bachelorarbeit mit dem Titel *Entwicklung eines Ultraschall-Messverfahrens zur Charakterisierung der Knochen-Implantat-Schnittstelle bei Hüftprothesen* selbstständig und eigenhändig sowie ohne unerlaubte fremde Hilfe und ausschließlich unter Verwendung der aufgeführten Hilfsmittel angefertigt habe. Sämtliche Stellen der Arbeit, die im Wortlaut oder dem Sinn nach Publikationen oder Vorträgen anderer Autoren entnommen sind, habe ich entsprechend kenntlich gemacht.
Die Arbeit wurde bisher keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt und auch noch nicht veröffentlicht.

Coburg, den 11.08.2022

.....
Jan Lützelberger

Kurzfassung

Die Lockerung eines künstlichen Hüftgelenks ist eine häufige Komplikation in der Orthopädie und Unfallchirurgie. Mit konventionellen Diagnosemethoden wie der Projektionsradiographie lässt sich jedoch mangels Genauigkeit insbesondere im Frühstadium der Lockerung keine verlässliche Diagnose stellen oder zuverlässig erkennen, ob diese zum Beispiel mit der Bildung eines Biofilms in der Knochen-Implantat-Schnittstelle einhergeht.
Im Rahmen dieser Arbeit wurde daher ein nicht-invasives Ultraschall-basiertes Messverfahren entwickelt, mit dessen Hilfe sich die Dicke der Schicht zwischen Knochen und dem Schaft einer Hüftprothese als Korrelat zu einer Lockerung quantifizieren lässt und welches prinzipiell auch die stoffliche Charakterisierung der Schnittstelle ermöglicht.
Dazu wurde ein bekanntes analytisches Modell der Reflexion von Schallwellen in einem Dreischichtsystem auf die beschriebene medizinische Anwendung an der Knochen-Implantat-Schnittstelle angepasst und erweitert. Durch nichtlinearen Fit der theoretischen Vorhersage des Modells an die tatsächliche Form der an der Zwischenschicht reflektierten Schallwellen im Frequenzbereich kann die Dicke der Zwischenschicht bestimmt werden und Aussagen über deren physikalische Eigenschaften sind möglich. Die entsprechende Wahl der Messmethodik war dabei eine besondere Herausforderung.
Das Verfahren wurde im Hinblick auf die Schichtdickenbestimmung im Bereich von ca. 200 µm bis 2 mm erfolgreich an idealisierten Testsystemen sowie einem realitätsnahen Knochen-Implantat-System angewandt.
Nach weiterer Optimierung und Anpassung sowie weiterführenden experimentellen Tests bietet das Verfahren das Potenzial, die Diagnose einer Prothesenlockerung im Frühstadium wesentlich zu verbessern und ggf. auch die Bildung eines Biofilms zu erkennen.

Abstract

Loosening of an artificial hip joint is a frequent complication in orthopedics and trauma surgery. Due to a lack of accuracy, conventional diagnostic methods such as projection radiography cannot reliably diagnose loosening in its early stages or detect whether it is associated with the formation of a biofilm in the bone-implant interface, for example. Therefore, in this work a non-invasive ultrasound-based measurement technique for quantifying the thickness of the layer between the bone and the stem of a hip prosthesis as a correlate to loosening was developed. In principle, it also allows the material characterization of the interface.

For this purpose, a well-known analytical model of the reflection of sound waves in a three-layer system was adapted and extended to the medical application at the bone-implant interface described above. By non-linear fitting the theoretical prediction of the model to the actual shape of the reflected sound waves in frequency domain, the thickness of the interlayer can be determined and predictions about its physical properties are possible. The appropriate choice of measurement methodology thereby was a particular challenge.

For determining the layer thickness, the technique was successfully applied to ideal test systems and a more realistic bone-implant system in the range from approx. 200 µm to 2 mm.

After further optimization and adaptation, as well as further experimental tests, the method offers great potential to significantly improve the diagnosis of prosthesis loosening at an early stage and may also bei applicable to detect the formation of a biofilm.

Danksagung

Mein aufrichtiger Dank gilt zuallererst Herrn **Prof. Dr. Klaus Stefan Drese**, der mich bei der Vergabe dieser Abschlussarbeit sofort im Auge hatte, mich während meiner Arbeit begleitete und unterstützte und mir stets mit hilfreichen Denkanstößen und kompetenten Antworten auf alle meine Fragen zur Verfügung stand.
Gleiches gilt für **Philipp Arneth**, der meine Arbeit technisch betreute, mir in der experimentellen Umsetzung und der Diskussion der Messergebnisse mit Rat zur Seite stand und mir in der Einarbeitung in die Simulationssoftware *COMSOL Multiphysiscs* eine große Hilfe war.
Für die Unterstützung in medizinischen Fragen, die Bereitstellung von Test-Implantaten und insbesondere die Kostenübernahme für den verwendeten Ultraschall-Prüfkopf, ohne den die Ergebnisse dieser Arbeit in der Form nicht möglich gewesen wären, danke ich **Dr. Alexander Franck**, dessen unerschöpfliche Motivation für das Thema mich noch immer inspiriert, **Antonia Friedrich** und der Regiomed-Kliniken GmbH von ganzem Herzen.
Weiterhin möchte ich mich bei allen **Mitarbeiter:innen und Studierenden am Institut für Sensor- und Aktortechnik** für angeregte Diskussionen, die tolle Arbeitsatmosphäre und die lockeren Mittagessens-Runden bedanken, in der auch der Spaß nicht zu kurz kam. Besonders hervorheben möchte ich dabei **Alexander Backer**, der mich während meiner gesamten Zeit als studentische Hilfskraft am ISAT betreute und mir auch den ein oder anderen Rat für meine Bachelorarbeit gab.
Meinem Kommilitonen, Fachschaftskollegen und guten Freund **Patrick Haas**, der gleichzeitig mit mir am ISAT seine Bachelorarbeit schrieb, danke ich für seine moralische Unterstützung und das stressige, aber gleichzeitig wunderschöne gemeinsame halbe Jahr, in dem fast kein Tag verging, an dem nicht irgendein gemeinsamer Termin anstand.
Meinem Großvater **Udo Weber**, Handwerksmeister Metall, gebührt mein Dank für die Unterstützung bei der mechanischen Bearbeitung der Metallkomponenten für die Versuchsaufbauten. Daneben danke ich **meiner ganzen Familie** dafür, dass sie mir, nicht erst seit Beginn meiner Bachelorarbeit, immer den Rücken frei hält, soweit es möglich ist.
Nicht zuletzt bedanke ich mich bei allen Personen, die sich bereitwillig als **Korrekturleser:innen** angeboten haben und damit an dieser endgültigen Fassung meiner Arbeit einen wichtigen Anteil haben.

Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis

Griechische Symbole

α	Substitutionsvariable	-
α_D	Dämpfungskonstante	dB/(cm MHz)
β	Substitutionsvariable	-
$\chi; \chi_i$	Kompressibilität (einer Schicht)	1/Pa
δ	Substitutionsvariable	-
η	Integrationsvariable der schiefen Verteilung	-
γ	Substitutionsvariable	-
γ_{jl}	Scherdehnung mit $j \neq l$	-
$\hat{\xi}$	Komplexe Amplitude einer Schallfeldgröße in Flüssigkeiten oder Gasen	-
κ	Steifigkeit der Zwischenschicht	N/m^3
Λ	Erste Lamé-Konstante	Pa
λ	Wellenlänge	m
μ	Zweite Lamé-Konstante	Pa
$\nu; \nu_i$	Querkontraktionszahl (Poisson-Zahl) (einer Schicht)	-
ω	Kreisfrequenz	1/s
ϕ_0	Phasenkonstante	rad
ϕ_R	Phasenwinkel des Reflexionskoeffizienten	rad; °
π	Kreiszahl	-
ψ	Öffnungswinkel eines Kegels	rad; °
$\rho; \rho_i$	Dichte (Zustandsgröße)	kg/m^3

σ_i	Mechanische Spannung in einer Schicht	Pa
σ_{mm}	Normalspannung	Pa
σ_{mn}	Mechanische Spannung	Pa
τ_{mn}	Scherspannung mit $m \neq n$	Pa
$\tilde{\rho}$	Schalldichte	kg/m^3
ε_{jj}	Normaldehnung	-
ε_{jl}	Mechanische Verzerrung (relative Dehnung)	-
φ	Substitutionsvariable	-
$\vartheta_1^{(e)}$	Einfallswinkel im Zweischichtsystem	rad; °
$\vartheta_1^{(r)}$	Reflexionswinkel im Zweischichtsystem	rad; °
ϑ_2	Brechungswinkel im Zweischichtsystem	rad; °
$\xi; \vec{\xi}$	Beliebige Schallfeldgröße $\tilde{p}$, $\tilde{\rho}$, $\tilde{\vec{v}}$ in Flüssigkeiten oder Gasen	-
ξ_0	Reelle Amplitude einer Schallfeldgröße in Flüssigkeiten oder Gasen	-

Lateinische Symbole

δc_0	Fehler der Schallgeschwindigkeit in der Zwischenschicht	m/s
Δh	Differenz zwischen eingestellter und ermittelter Schichtdicke	m
δh	Fehler der Schichtdicke	m
Δt	Zeitdifferenz der Reflexionen im Resonanz-Modell	s
$\hat{\tilde{p}}$	Amplitude des Schalldrucks	Pa
$\hat{\tilde{v}}$	Amplitude der Schallschnelle	m/s
$\hat{u}_e$	Amplitude der Verschiebung der einfallenden Welle	m
$\hat{u}_k$	Amplitude der Verschiebung in eine Raumrichtung	m

$\hat{u}_t; \hat{u}_r$	Amplitude des transmittierten/ reflektierten Teils im Zweischichtsystem	m
i	Imaginäre Einheit	-
$\tilde{\vec{v}}, \tilde{v}$	Schallschnelle	m/s
$\tilde{p}$	Schalldruck	Pa
$A; \vec{A}$	Fläche in m-Richtung	m^2
a	Amplitudenskalierung der schiefen Normalverteilung	-
A_n	Fläche mit Normalenrichtung n	m^2
b	Breite der schiefen Normalverteilung	-
$c; c_i$	Schallgeschwindigkeit (einer Schicht)	m/s
c_L	Longitudinalwellengeschwindigkeit	m/s
c_T	Transversalwellengeschwindigkeit	m/s
c_{mnjl}	Elastizitätskoeffizienten eines Festkörpers	Pa
d	Schiefe der schiefen Normalverteilung	-
$E; E_i$	Elastizitätsmodul (einer Schicht)	Pa
f	Frequenz	Hz
f_0	Frequenzversatz der schiefen Normalverteilung	Hz
F_m	Kraft in m	N
G	Schub-/ Schermodul	Pa
g	Dämpfung im Schallweg der Reflexion zwischen $x = 0$ und der Messstelle	-
h	(Experimentell ermittelte) Dicke der Zwischenschicht	m
h_{Stell}	Am Messaufbau eingestellte Dicke der Zwischenschicht	m
$I; \vec{I}$	Schallintensität	W/m^2

i	Index für Schicht/ Medium im Zwei-/ Dreischichtsystem, $i \in \{1, 0, 2\}$	-
I_0	Bezugsschallintensität an der Hörschwelle bei 1 kHz	W/m^2
j	Index für die drei Raumrichtungen x, y, z	-
$K; K_i$	Kompressionsmodul (einer Schicht)	Pa
k	Wellenzahl	1/m
l	Index für die drei Raumrichtungen x, y, z	-
L_I	Schallintensitätspegel	(dB)
L_P	Schallleistungspegel	(dB)
m	Index für die drei Raumrichtungen x, y, z	-
n	Index für die drei Raumrichtungen x, y, z	-
P	Schallleistung	W
p	Druck (Zustandsgröße)	Pa
P_0	Bezugsschallleistung an der Hörschwelle bei 1 kHz	W
q	positive Ganzzahl im Resonanz-Modell	-
$R; R_i$	Reflexionskoeffizient (einer Schicht)	-
R_{LS}	Reflexionskoeffizient nach Liquid-Spring-Näherung	-
$T; T_i$	Reflexionskoeffizient (einer Schicht)	-
t	Zeit	s
U	Elektrische Spannung	V
u_e	Verschiebung der einfallenden Welle	m
u_i	Verschiebung (Auslenkung) in einer Schicht	m
$u_j; \vec{u}$	Verschiebung (Auslenkung) (in eine Raumrichtung)	m

$u_t; u_r$	Verschiebung des transmittierten/ reflektierten Teils im Zweischichtsystem	m
$u_{T_i}; u_{R_i}$	Verschiebung des transm./ reflekt. Teils im Dreischichtsystem	m
$v; \vec{v}$	Teilchengeschwindigkeit (Zustandsgröße)	Pa
$x; y; z$	Ort (in kartesischen Koordinaten)	m
$Z; Z_i$	Schallkennimpedanz (Wellenwiderstand) (einer Schicht)	$\mathrm{Ns/m^3}$

Mathematische Operatoren

Δ	Laplace-Operator
$\frac{\partial}{\partial t}; \frac{\partial}{\partial x}$	Partielle Ableitung nach der Zeit bzw. dem Ort
$\frac{\mathrm{d}u_x}{\mathrm{d}x}$	Ableitung der Verschiebung in x-Richtung nach x
$\int\limits_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}\eta$	Bestimmtes Integral über η von $-\infty$ bis ∞
$\mathcal{F}\{\}$	Fourier-Transformations-Operator
div	Divergenz
grad	Gradient
rot	Rotation

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

1. Einleitung

Allein in der Bundesrepublik Deutschland werden pro Jahr etwa 190 000 Hüftprothesen implantiert, eine Zahl, die aufgrund des demografischen Wandels mit einer zunehmend alternden Bevölkerung stetig weiter steigt [1–6]. Der Hüftgelenkersatz zählt damit zu einer der häufigsten Operationen der Orthopädie und Unfallchirurgie [1]. In mehr als 10 Prozent der Fälle kommt es jedoch in den ersten 15 Jahren nach der operativen Implantation zu einer Lockerung der eingesetzten Prothese [1, 2]. In der Folge muss die Prothese in einem komplexen Eingriff, bei dem Komplikationen häufig nicht ausbleiben, meist vollständig ersetzt werden [5, 7]. Je später die Prothesenlockerung erkannt wird, umso schwieriger ist die Ausgangssituation für einen erfolgreichen und komplikationsfreien Prothesenwechsel [6].
Neben einer möglichst frühen Diagnose ist es essentiell, zwischen einer rein mechanischen (*aseptischen*) und einer durch bakterielle Infektion bedingten (*septischen*) Lockerung unterscheiden zu können. Letztere tritt in ca. 0.4 bis 1.5 Prozent der Fälle auf und hat einen wesentlich komplexeren Eingriff zur Prothesenrevision als die aseptische Lockerung zur Folge [8, 9].
In Anbetracht dieser Situation erwächst ein großer Bedarf an medizinisch-technischen Verfahren zur Früherkennung und Unterscheidung zwischen einer septischen bzw. aseptischen Implantatlockerung. Bis heute erfolgt die Diagnose einer Lockerung neben der Analyse des klinischen Beschwerdebilds in der Praxis jedoch nahezu ausschließlich über radiologische Verfahren der Bildgebung und hier insbesondere mithilfe der klassischen Projektionsradiographie. Zur Unterscheidung von septischer und aseptischer Lockerung werden zusätzlich laborchemische Kriterien herangezogen und ggf. eine Gelenkpunktion vorgenommen [6, 8, 10, 11].
Nachteile der zweidimensionalen Radiographie sind abseits der Strahlenexposition eine mangelhafte Genauigkeit und Reproduzierbarkeit, die eine verlässliche Diagnose insbesondere im Frühstadium der Lockerung erschweren oder sogar unmöglich machen [4, 6, 11–14]. Ein noch größeres Problem stellt die Erkennung einer beginnenden Bakterienanlagerung in Form eines Biofilms an der Knochen-Implantat-Schnittstelle dar [9]. Hier kann ein radiologischer Befund meist erst festgestellt werden, wenn der Patient bereits deutliche Schmerzen verspürt [8].

Eine nicht-invasive Alternative zur klassischen Röntgenaufnahme mit zudem deutlich höherer Genauigkeit und der Möglichkeit zur stofflichen Charakterisierung der Knochen-Implantat-Schnittstelle könnte im Einsatz von *quantitativem Ultraschall* liegen. Gemeint ist damit die Anregung und Detektion von Ultraschallwellen im menschlichen Körper abseits der in der Medizin etablierten Ultraschall-Bildgebung mit dem Zweck, quantitative Aussagen über das durchdrungene Gewebe zu erhalten [15].

In der Medizin konzentriert sich die Forschung auf diesem Gebiet bisher hauptsächlich auf die ultraschallbasierte Bestimmung von Knochendicke, -steifigkeit und -porösität zur Osteoporose-Früherkennung [15–18].
Grundsätzlich ist es aber ebenso möglich, durch Einsatz von Ultraschall quantitative Aussagen über die Beschaffenheit einer dünnen Schicht, wie sie auch zwischen Knochen und Implantat besteht, zu erhalten. So ist die Untersuchung des an der Schicht reflektierten Ultraschalls im Zeit- und Frequenzbereich ein in Bezug auf tribologische Systeme in der Literatur vielfach beschriebener Ansatz. Dort wird damit die Dicke von teils weniger als 100 µm dünnen Schmierfilmen, wie sie z. B. in Kugellagern auftreten [19–29], bestimmt. Auf medizinische Probleme wurde dieser Ansatz bisher jedoch nicht übertragen.

Ziel dieser Arbeit ist es daher, dieses aus der Tribologie bekannte Ultraschall-Messprinzip auf die Untersuchung der Knochen-Implantat-Schnittstelle bei Endoprothesen zu übertragen und ein entsprechendes Verfahren zu entwickeln, mit dem sich die Schicht zwischen Oberschenkelknochen und Prothesenschaft bei Hüftprothesen charakterisieren lässt. Der Fokus liegt dabei auf der Quantifizierung der Dicke dieser Grenzschicht, wobei angestrebt wird, eine Schichtdicke von weniger als 500 µm bis ca. 2 mm erkennen zu können. Zusätzlich soll das Verfahren auch die Möglichkeit einer stofflichen Charakterisierung der Schnittstelle vorsehen, um einen eventuell vorhandenen Biofilm erkennen zu können.

In Abschnitt 2 wird dazu zunächst die Knochen-Implantat-Schnittstelle bei Hüftprothesen aus medizinischer Perspektive beschrieben. Dabei wird insbesondere auf die Ursachen und etablierten Diagnosemethoden für eine Prothesenlockerung eingegangen. Abschnitt 3 stellt die physikalischen Grundlagen akustischer Wellen dar, wobei ein analytisches Modell zur mathematischen Beschreibung der Schallreflexion im Dreischichtsystem hergeleitet und daraus ein geeignetes Messprinzip abgeleitet wird. Die zur praktischen Anwendung des theoretischen Prinzips erforderlichen messtechnischen Methoden im Hinblick auf Signalerzeugung und Messeinrichtung werden in Abschnitt 4 erläutert, während auf die entwickelte Signalverarbeitungsalgorithmik in Abschnitt 5 detailliert eingegangen wird. Schließlich werden die Ergebnisse bei der Anwendung des entwickelten Verfahrens auf idealisierte Testsysteme und auf ein realitätsnahes Knochen-Implantat-System vorgestellt und diskutiert (Abschnitt 6). Zuletzt werden die Erkenntnisse der Arbeit zusammengefasst (Abschnitt 7) und in Abschnitt 8 weitere Schritte abgeleitet.

2. Medizinischer Hintergund: Die Knochen-Implantat-Schnittstelle

Die Endoprothetik, der künstliche Ersatz eines Gelenks oder Gelenkteils [30], ist ein bedeutsames Teilgebiet der Orthopädie und Unfallchirurgie, das sich in den vergangenen Jahrzehnten beträchtlich weiterentwickelt hat. Die in diesem Bereich in Deutschland am häufigsten durchgeführte Operation ist die Implantation einer Hüftgelenkendoprothese, kurz Hüftprothese, dicht gefolgt von der Kniegelenkendoprothese [1].
Die im Rahmen dieser Arbeit im Hinblick auf eine potenzielle Lockerung untersuchte Knochen-Implantat-Schnittstelle liegt dabei zwischen Prothesenschaft und dem umliegenden Oberschenkelknochen (siehe Abbildung 2.1). Daher ist ein Verständnis des

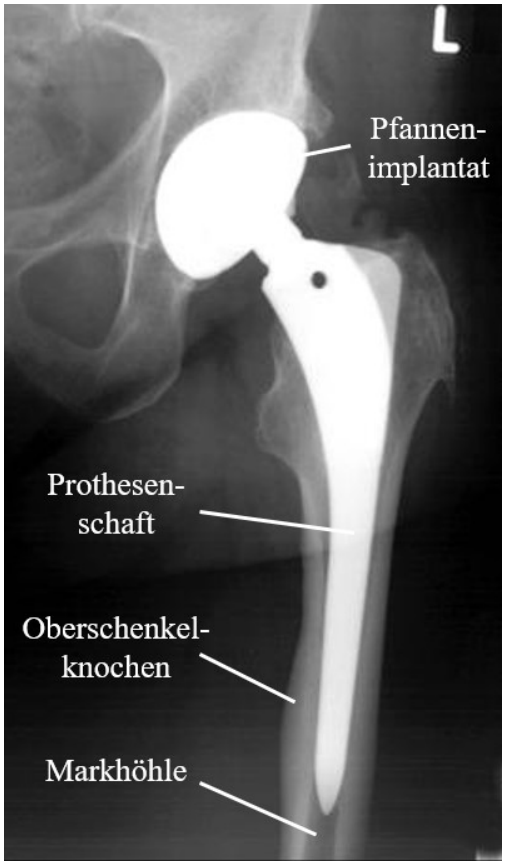


Abb. 2.1: Röntgenaufnahme einer Hüftprothese mit im Oberschenkelknochen verankertem Prothesenschaft und im Becken verankerter Pfanne (nach [31])

Aufbaus des Oberschenkelknochens in seinem oberen, hüftnahen Bereich wie auch des Prothesenschaftes einer Hüftprothese unabdingbar.

2.1. Anatomie des Oberschenkelknochens im Hüftbereich

Der Oberschenkelknochen (*Os femoris* oder *Femur*) ist der längste und stärkste Röhrenknochen (*Os longa*) des menschlichen Skeletts. Für die Implantation einer Hüftprothese ist sein hüftnaher oberer, der *proximale* Teil (siehe Abbildung 2.2), maßgeblich [32].

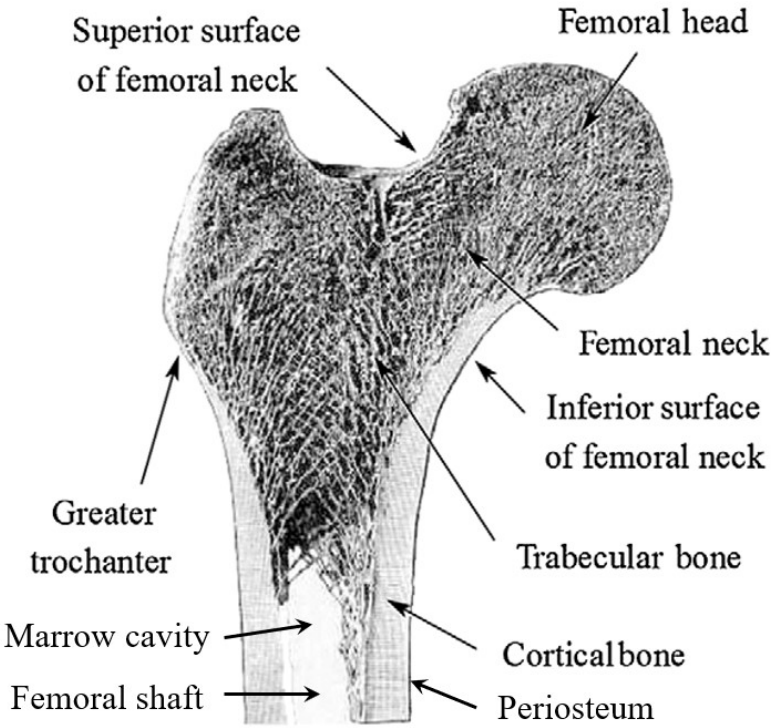


Abb. 2.2: Anatomie des menschlichen proximalen Femurs (nach [33])

In diesem Teil des Oberschenkelknochens befinden sich *Oberschenkelkopf* (engl. *Femoral head*), *-hals* (engl. *Femoral neck*) und ein Teil des *Schaftes* (engl. *Femoral shaft*). Im Bereich von Kopf und Hals weist das Knochengewebe eine schwammartige, von großen, knochenmarkgefüllten Zwischenräumen geprägte Bälkchenstruktur auf, die sog. *Substantia spongiosa* oder *Substantia trabecularis* (engl. *Trabecular bone*).
Der Schaft hingegen besteht außen aus einem soliden, dichten Knochengewebe, der *Substantia compacta*, die in diesem Bereich eine rindenartige Struktur bildet und daher auch als *Substantia corticalis* (engl. *Cortical bone*) bezeichnet wird. Sie umschließt dort die für diese Knochenform typische *Markhöhle* (engl. *Marrow cavity*), in der sich das fetthaltige Knochenmark befindet. Die Substantia corticalis wiederum wird von Bindegwebe in Form einer dünnen Beinhaut, dem *Periosteum*, überzogen. Darin verlaufen Nervenbahnen und Blutgefäße zur Versorgung des Knochengewebes [32].

Der Schaft des Oberschenkelknochens weist im Grundsatz eine näherungsweise ringförmige Querschnittsfläche (siehe Abbildung 2.3) mit einem Außendurchmesser von ca. 2 – 3 cm in Schaftmitte auf. Die Dicke der Substantia corticalis beträgt dort etwa

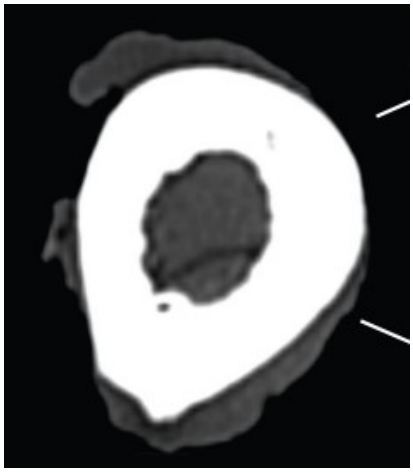


Abb. 2.3: Computertomographische Aufnahme des Querschnitts des menschlichen Oberschenkelknochens in Schaftmitte [34]

5 mm. Allerdings ist zu beachten, dass Form und Dicke von Schaft und Substantia corticalis starken individuellen Schwankungen unterliegen, bei der Dicke der Substantia corticalis beträgt diese teils mehr als 20 Prozent [34, 35].
Nach Massenanteil besteht Knochengewebe grundsätzlich zu ca. 70 Prozent aus Mineralien (Hydoxylapatit), zu 22 Prozent aus Proteinen (Typ Kollagen I) und zu 8 Prozent aus Wasser. Auch in der Substantia corticalis finden sich Poren, die Durchmesser von bis zu wenigen hundert Mikrometern aufweisen können (siehe Abbildung 2.4) [36].

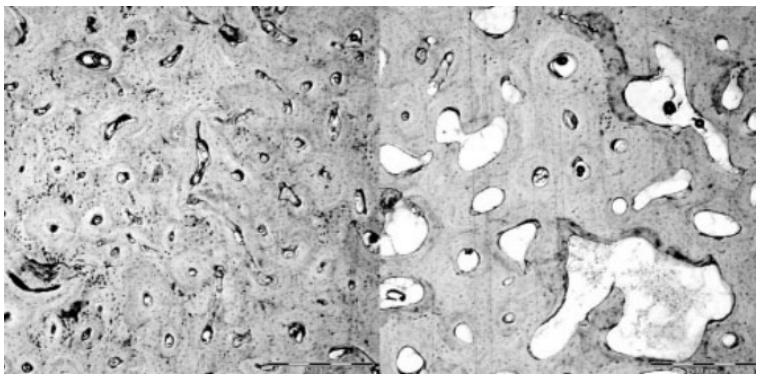


Abb. 2.4: Lichtmikroskopische Aufnahme von Bereichen mit dichter (links) und poröser (rechts) Substantia corticalis im Schaft des Oberschenkelknochens einer 78 Jahre alten Frau [36]

2.2. Aufbau und Implantation einer Hüftprothese

Die Vielfalt der in der orthopädischen Praxis eingesetzten Hüftprothesentypen ist, insbesondere im Bereich des Prothesenschaftes, sehr groß. So existieren beispielsweise Lang- und Kurzschaftprothesen und sogar Oberflächenersatzprothesen, bei denen der Oberschenkelknochen bis auf den Kopf vollständig erhalten bleibt [1, 31].
Wird nicht nur der Kopf des Hüftgelenks, sondern auch die Gelenkpfanne ersetzt, spricht man von einer Hüft-Totalendoprothese (TEP), der häufigsten Ausführungsvariante einer Hüftprothese. Den Aufbau einer solchen Hüft-TEP am Beispiel der Kurzschaftprothese zeigt Abbildung 2.3.

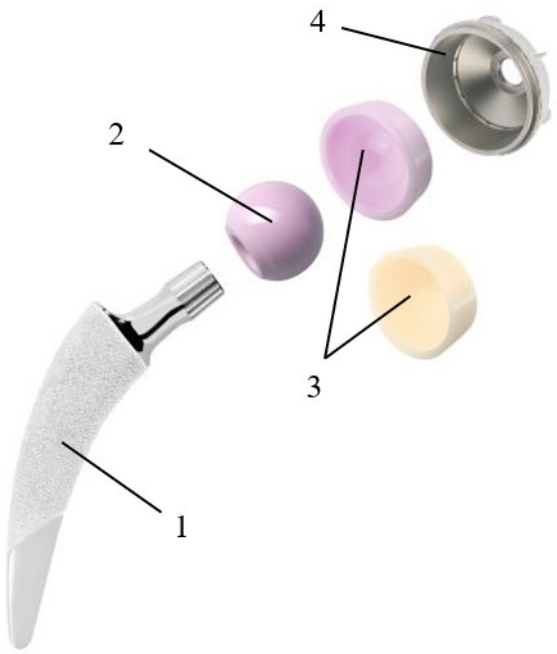


Abb. 2.5: Aufbau einer Kurzschaft-Hüft-Totalendoprothese (TEP) mit Prothesenschaft (1), Prothesenkopf (2), Gleitkomponenten-Einsatz (3) und künstlicher Pfanne (4) (nach [31])

Während die künstliche Pfanne meist in den Beckenknochen eingepresst wird, muss der Prothesenschaft mithilfe mechanischer Verfahren in die zuvor ausgehöhlte Markhöhle des Oberschenkelknochens eingebracht und dort verankert werden [31]. Für diese Verankerung existieren zwei Verfahren:

- **Zementierte Verankerung**: Dabei wird sog. *Knochenzement* (Hauptbestandteil ist Polymethylmetacrylat (PMMA), das mit diversen Katalysatoren und Aktivatoren versetzt wird) in den Spalt zwischen Prothesenschaft und Substan-

tia corticalis eingebracht und sorgt dort für eine stabile Verbindung zwischen Knochen und Implantat.

- **Zementfreie Verankerung**: Dabei sorgt zunächst die Verklemmung des Implantats in der Markhöhle und später das Anwachsen von Knochengewebe auf der Implantatoberfläche (*Osteointegration*) für eine stabile Verbindung zwischen Knochen und Implantat.

Abbildung 2.6 zeigt eine zementfreie und eine zementierte Langschaftprothese im Vergleich. Die Oberfläche des zementfreien Prothesenschaftes ist zur Förderung der Osteointegration aufgeraut [1].

Abb. 2.6: Zementfreie (oben) und zementierte (unten) Langschaftprothese [1]

Als Materialien für den Prothesenschaft kommen in erster Linie Titanlegierungen (oft Titan-Aluminium-Vanadium-Legierung) sowie Kobalt-Chrom-Molybdän-Legierungen in Frage. Beide Legierungen sind biologisch verträglich, korrosionsbeständig und weisen eine hohe mechanische Belastbarkeit auf. Welches Material eingesetzt wird, ist unter anderem von der Art der Verankerung abhängig.
Die Beantwortung der Frage, welcher Prothesentyp konkret eingesetzt wird und welche Art der Verankerung Verwendung findet, richtet sich nach Knochenbeschaffenheit, Alter und individuellen Gesundheitszustand des Patienten. Tendenziell werden zementfreie Varianten eher bei jüngeren Patienten mit hoher Knochendichte verwendet, da hier von einem schnellen und vollständigen Einwachsen der Prothese ausgegangen werden kann [1, 31].
In Tabelle 2.1 werden die grundlegenden Unterschiede zwischen zementierten und zementfreien Prothesen noch einmal kompakt dargestellt. Während zementierte Prothesenschäfte direkt nach der Operation in der Regel eine höhere Stabilität als zementfreie

Tab. 2.1: Hauptsächlich verwendete Materialien, Oberflächenbeschaffenheit und vorwiegender Einsatz von zementierten und zementfreien Hüftprothesenschäften

Verankerung	**Materialien** [1, 31]	**Oberfläche** [1]	**Überwiegender Einsatz** [31]
Zementiert	Kobalt-Chrom-Molybdän-Legierungen Titanlegierungen	glatt	jüngere Patienten mit hoher Knochendichte
Zementfrei	Titanlegierungen Kobalt-Chrom-Molybdän-Legierungen	rau	ältere Patienten mit geringerer Knochendichte

Prothesen aufweisen, kehrt sich dieses Verhältnis im Laufe der zunehmenden Osteointegration des Schafts bei der zementfreien Variante nach und nach um. Dennoch konnten Langzeitstudien keine längere komplikationsfreie Beständigkeit der zementfreien im Vergleich zur zementierten Prothese nachweisen [1].

Die mikroskopischen Vorgänge, die während der Osteointegration an der Knochen-Implantat-Schnittstelle stattfinden und die stoffliche Beschaffenheit derselben sind bis heute nicht bis ins Detail verstanden. Sicher ist, dass die Grenzfläche eine heterogene Struktur aus mineralisierten, teilweise mineralisierten und demineralisiertem Knochengewebe aufweist, wobei sich im Anfangsstadium des Einwachsens zunächst feine Kollagenfasern als strukturelle Basis für den Knochenaufbau innerhalb einer extrazellulären Matrix bilden [37, 38].

2.3. Ursachen einer Prothesenlockerung

Die Lockerung einer Hüftprothese kann mechanisch bedingt (*aseptisch*) sein, aber auch mit einer bakteriellen Infektion (*septisch*) in Zusammenhang stehen.
In ersterem Fall, der deutlich häufiger auftritt, führt die Relativbewegung zwischen Knochen und Prothesenschaft bei Gelenkbeanspruchung dazu, dass sich metallische oder polymere (im Falle einer zementierten Verankerung) Partikel vom Prothesenschaft abreiben und in den Zwischenraum zwischen Knochen und Implantat eindringen. Dort kann durch diese Partikel, aber auch durch die mechanische Belastung an sich, der Knochenabbauprozess (*Osteolyse*) initialisiert werden. Dieser löst im fortgeschrittenen Stadium die knöcherne Verankerung des Prothesenschaftes und führt letztendlich

zu einer Lockerung des Implantats. Anstelle des festen Knochengewebes tritt dann wieder ein demineralisierter, von Fasern durchzogener Bereich, wie er dort schon im Anfangsstadium der Osteointegration (siehe Unterabschnitt 2.2) vorzufinden war [39–41].
Im Falle einer septischen Lockerung wird die Osteolyse nicht durch Partikelabrieb oder mechanische Belastung, sondern durch die Bildung eines bakteriellen Biofilms auf der Implantatoberfläche verursacht bzw. geht mit dieser einher (siehe Abbildung 2.7). Die

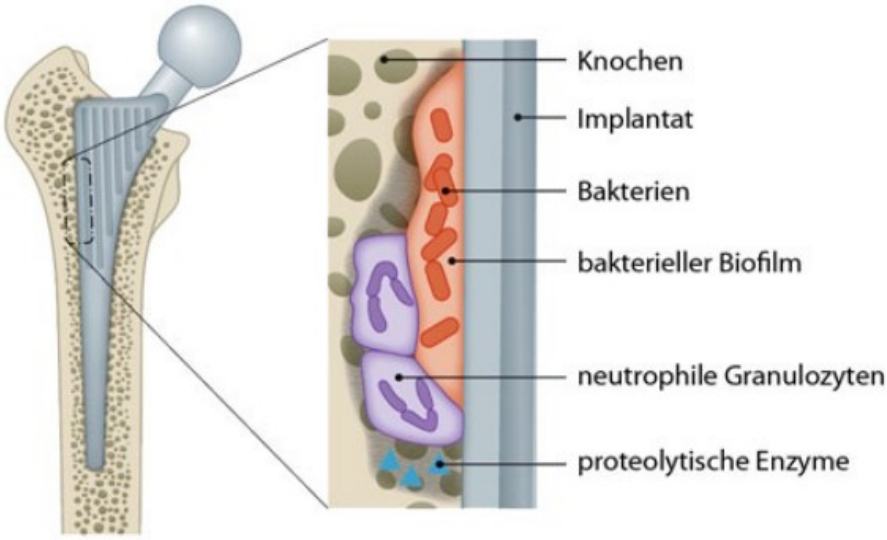


Abb. 2.7: Schematische Darstellung der Anlagerung eines Biofilms auf der Oberfläche eines zementfreien Prothesenschaftes: Bakterien besiedeln im Biofilm die Implantatoberfläche, während neutrophile Granulozyten die Abriebpartikel einkapseln und proteolytische Enzyme den Knochenabbau bewirken [8]

den Biofilm bildenden Bakterien dringen dabei entweder während der Operation in den Körper ein oder aber gelangen nach anderen Behandlungen (z. B. einer Zahnoperation) über den Blutkreislauf dorthin. Der Prozess der Biofilmbildung, der bevorzugt auf künstlichen, inerten Oberflächen abläuft, ist noch nicht vollständig verstanden und Gegenstand der aktuellen Forschung. Diagnostik und Therapie stellen in diesem Fall eine besondere Herausforderung dar [10]. Letztere wird insbesondere dadurch erschwert, dass die Bakterien im Biofilm etwa tausendfach resistenter gegenüber Antibiotika im Vergleich zu Bakterien außerhalb eines Biofilms sind [9].

2.4. Diagnose und Behandlung der Lockerung

Im fortgeschrittenen Stadium einer Prothesenlockerung verspürt der Patient in aller Regel Schmerzen bei Belastung des entsprechenden Hüftgelenks [7]. Zur Diagnose einer Prothesenlockerung wird dann in der klinischen Praxis meist die konventionelle Projektionsradiographie herangezogen. Darin wird eine fortschreitende Osteolyse durch Bildung eines im Vergleich zur umgebenden Knochensubstanz dunklen Saums um die Prothese deutlich (siehe Abbildung 2.8). Allerdings muss ein solcher Saum

Abb. 2.8: Röntgenaufnahme einer zementfreien Hüftprothese mit deutlich sichtbarem osteolytischen Saum zwischen Prothesenschaft und Substantia corticalis als radiologisches Zeichen einer Lockerung [11]

nicht zwangsläufig auf eine Lockerung hindeuten, denn je nach Prothesentyp kann eine schmale Saumbildung auch auftreten, obwohl das Implantat fest verankert ist (beispielsweise bei manchen zementfreien Prothesen). Erst ab einer Saumbreite von etwa 2 mm wird in der Literatur von einem gesicherten Lockerungszeichen gesprochen. Eindeutige Lockerungszeichen hingegen sind die *Migration*, also eine Verschiebung der Prothese im Knochen oder, bei zementierten Prothesen, der Zementbruch, der an

hellen Linien im zementierten Bereich deutlich wird. [3, 6, 11].
Problematisch ist allerdings, dass die Genauigkeit und Reproduzierbarkeit von klassischen Röntgenaufnahmen durch Kontrast und Ortsauflösung sowie dem Aufnahmewinkel limitiert ist. Daraus resultieren ein Messfehler von 2 bis 5 mm und eine Sensitivität für die Erkennung einer Lockerung von lediglich etwa 60 Prozent. Damit sind bei der Beurteilung der Migration und insbesondere der Breite der osteolytischen Zone lediglich qualitative, aber keine quantitativen Aussagen möglich [4, 6]. Die Früherkennung eines sich verändernden Osteolysesaums, wenn dieser deutlich weniger als 2 mm breit ist und ggf. die Implantatoberfläche noch gar nicht vollständig bedeckt, ist damit praktisch unmöglich.
Im Falle eines unklaren radiologischen Befundes wird auf andere, kostenintensivere bildgebende Untersuchungsverfahren zurückgegriffen. Dazu zählen Arthrographie (radiologische Untersuchung nach Gabe von Kontrastmitteln) und Szintigraphie (Aufnahme mit Gamma-Kamera nach Gabe von radioaktiv markierten Stoffen), die jedoch ihrerseits ebenfalls Limitationen mit sich bringen, die dann wiederum die Sensitivität einschränken [6, 11].

Zur Erkennung einer septischen Lockerung fehlen eindeutige radiologische Zeichen weitestgehend, eine Biofilmbildung kann auf einer Röntgenaufnahme also praktisch nicht erkannt werden. Andere bildgebende Verfahren wie Computertomographie, Arthrographie, Magnetresonanztomographie und Szintigraphie können in bestimmten Fällen zwar zusätzliche Hinweise auf eine Infektion der Knochen-Implantat-Schnittstelle geben, ermöglichen jedoch ebenfalls keine gesicherte Diagnose. Ein Nachweis gelingt häufig nur durch Gelenkpunktion und der nachfolgenden laborchemischen Untersuchung der entnommenen Flüssigkeit [4, 8, 9, 11] oder sogar erst nach dem operativen Entfernen des Implantats [42].

Bereits seit einigen Jahren wird ein nicht-invasives Vibrationsverfahren zur Detektion einer Implantatlockerung untersucht [4, 11–13, 43, 44]. Eine mögliche Ausführungsvariante des Messsystems zeigt Abbildung 2.9. Dabei wird das betroffene Knochen-Implantat-System in Schwingung versetzt, um sein Eigenresonanzverhalten zu untersuchen. Verändert sich die Dämpfung und kommt es zu einer Verschiebung der Eigenfrequenz und dem Auftreten ihrer höheren Harmonischen, so deutet dies auf eine beginnende Lockerung hin [14].
Zwar weist das Verfahren eine höhere Sensitivität als die klassische Röntgenaufnahme auf [4], allerdings ist eine Referenzmessung der fixierten Prothese erforderlich, es gibt keine einheitlichen Kriterien, ab wann von einer Lockerung auszugehen ist und es ist damit weder möglich, das Fortschreiten der Lockerung zu quantifizieren noch eine mögliche Biofilmbildung frühzeitig zu erkennen. Hinzu kommt, dass der entsprechende Sensor in das Implantat integriert werden muss, was nicht nur kostenintensiv sondern

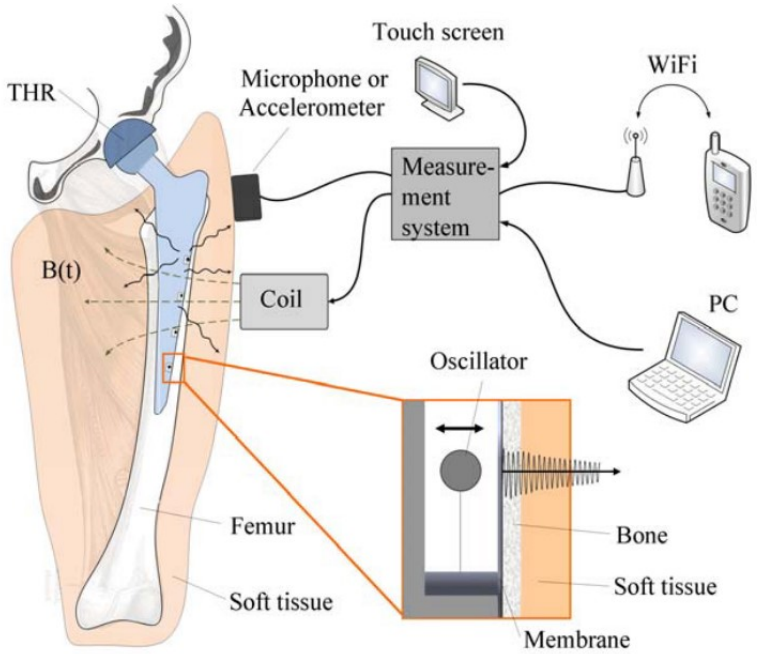


Abb. 2.9: Schematische Darstellung eines Messsystems zur Erzeugung und Analyse einer Eigenschwingung im Prothesenschaft[14]

auch problematisch in Bezug auf Sterilisation und Biokompatibilität ist [11].

Nach der Diagnose einer Lockerung der Hüftprothese muss diese in aller Regel vollständig ersetzt werden. Eine solche Wechseloperation ist deutlich komplexer und anfälliger für Komplikationen als der Primäreingriff und läuft regelhaft in mehreren Schritten ab. Unter anderem lässt sich die neue Prothese nach erfolgter Osteolyse in der Regel deutlich schwieriger verankern als die alte [5–7].

Ein nicht-invasives und kostengünstiges Verfahren zur Früherkennung und sicheren Unterscheidung von septischer und aseptischer Prothesenlockerung könnte bewirken, dass frühzeitig eine entsprechende Therapie eingeleitet wird und die Erfolgsaussichten zur Verankerung der neuen Prothese u. a. durch den noch nicht weit fortgeschrittenen Knochenabbau deutlich erhöht werden.

Im Rahmen dieser Arbeit soll zunächst nur die Lockerung einer zementfreien Hüftprothese betrachtet werden.

3. Physikalischer Hintergrund: Schallwellen im Dreischichtsystem

Aus physikalischer Perspektive stellt die Knochen-Implantat-Schnittstelle, die mittels Ultraschall untersucht werden soll, ein Dreischichtsystem (siehe Abbildung 3.1) dar: außen liegt die feste Substantia corticalis, der kortikale Knochen, dann folgt eine flüssige, demineralisierte Substanz als Spaltmedium und schließlich der wiederum feste Prothesenschaft. Die Erzeugung der Schallwelle erfolgt dabei außerhalb des Systems,

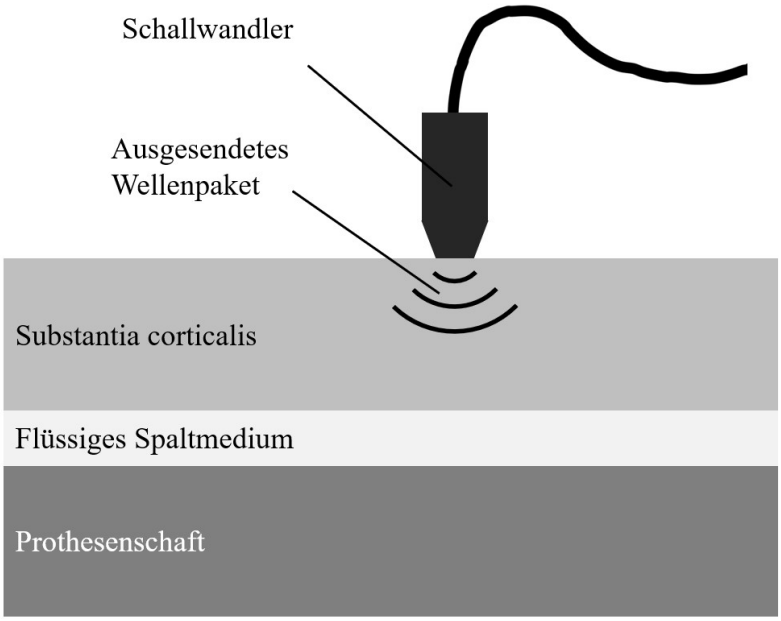


Abb. 3.1: Schematische Darstellung des vorliegenden idealisierten Dreischichtsystems

hier vereinfacht durch einen Schallwandler auf der Substantia corticalis dargestellt. Selbstverständlich tritt die strikte Phasentrennung im realen Fall so nicht auf, da es schon allein keine eindeutige Grenzfläche, sondern eher einen Übergangsbereich zwischen mineralisiertem und demineralisiertem Bereich gibt [39]. Es wird jedoch in dem Bewusstsein, dass in der Realität ein Vielschichtsystem vorliegt, zunächst einmal vom vereinfachten Fall eines Dreischichtsystems ausgegangen, um ein für den Anwendungsfall geeignetes Ultraschall-basiertes Messprinzip (nach DIN 1319 der einer Messung zugrunde liegende physikalische Zusammenhang [45]) herzuleiten.
Bevor das Dreischichtsystem selbst in Unterabschnitt 3.2 betrachtet wird, werden im Folgenden zunächst die notwendigen physikalischen Grundlagen zu Schallwellen und deren Ausbreitung gelegt.

3.1. Grundlagen akustischer Wellen in flüssigen und festen Medien

Zuerst sollen einige notwendige Grundlagen der Ausbreitung von Schallwellen in Festkörpern und Flüssigkeiten geschaffen werden, um schließlich deren Reflexionsverhalten im Dreischichtsystem modellhaft beschreiben zu können. Soweit nicht anders angegeben, sind sämtliche Zusammenhänge dem Lehrbuch von Lerch [46] entnommen, auf das für tiefergehende akustische Grundlagen an dieser Stelle gerne verwiesen sei.

Die Akustik beschreibt die Lehre vom Schall, also mechanischer Schwingungen eines elastischen Mediums, die sich in Gasen, Flüssigkeiten und Festkörpern ausbreiten und dort reflektiert, gebrochen und gebeugt werden, aber auch miteinander interferieren. Häufig wird Schall in erster Linie nach seiner Frequenz f unterschieden: der Bereich zwischen etwa 20 Hz und 20 kHz ist mit dem menschlichen Gehör wahrnehmbar und wird als *Hörschall* bezeichnet, niederfrequentere Schallwellen nennt man *Infraschall* und höherfrequentere *Ultraschall*. Letzterer Bereich spielt nicht nur in der medizinischen Bildgebung eine zentrale Rolle, sondern findet auch in den Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit ausschließlich Verwendung.

3.1.1. Schallausbreitung in Flüssigkeiten

In Flüssigkeiten und Gasen breiten sich Schallwellen in Form von periodischen Schwankungen der Zustandsgrößen Druck p und Dichte ρ des Mediums und der Geschwindigkeit $\vec{v}$ seiner Teilchen aus. Die durch die fortschreitende Schallwelle hervorgerufenen Abweichungen zu diesen Größen werden als *Schalldruck* $\tilde{p}$, *Schalldichte* $\tilde{\rho}$ und *Schallschnelle* $\tilde{\vec{v}}$ bezeichnet. Sie beschreiben die Beschaffenheit des schallerfüllten Raums, des *Schallfeldes*. Da die Teilchen in flüssigen und gasförmigen Medien keine Querkräfte übertragen können, findet die Schallschwingung hier ausschließlich in Ausbreitungsrichtung statt, man spricht von *Longitudinalwellen*.

Aus den beiden Euler'schen Gleichungen *Bewegungsgleichung* und *Kontinuitätsgleichung* lassen sich gemeinsam mit der *adiabatischen Zustandsgleichung* drei Grundgleichungen zur Beschreibung von Schallfeldern in Flüssigkeiten und Gasen herleiten:

$$\rho \frac{\partial \tilde{\vec{v}}}{\partial t} + \operatorname{grad} \tilde{p} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + \rho \operatorname{div} \tilde{\vec{v}} = 0 \tag{2}$$

$$\tilde{p} = c^2 \, \tilde{\rho} \tag{3}$$

Durch entsprechende Umformungen und Kombination dieser Gleichungen kann gezeigt werden, dass für jede der Schallfeldgrößen $\tilde{p}$, $\tilde{\rho}$ und $\tilde{\vec{v}}$ eine Wellengleichung existiert. Im allgemeinen Fall kann man diese als

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{\xi}}{\partial t^2} - \Delta\vec{\xi} = 0 \tag{4}$$

schreiben. ξ steht dabei für eine beliebige Schallfeldgröße und c für die *Schallgeschwindigkeit*, also die Geschwindigkeit, mit der sich die Schallfeldgrößen im Raum ausbreiten. Für sie gilt

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}} = \sqrt{\frac{1}{\chi\,\rho}} \tag{5}$$

mit dem Kompressionsmodul K und der Kompressibilität χ.
Betrachtet man nur eine Dimension, so können die vektoriellen Größen in Skalare überführt werden und der Laplace-Operator $\Delta\vec{\xi}$ vereinfacht sich entsprechend:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = 0 \tag{6}$$

Diese partielle Differenzialgleichung wird im einfachsten Fall durch die fortschreitende ebene Welle in positiver x-Richtung ξ_+ und in negativer x-Richtung ξ_- erfüllt:

$$\xi_+(x,t) = \xi_0 \cos(\omega\,t - k\,x + \phi_0) \tag{7}$$
$$\xi_-(x,t) = \xi_0 \cos(\omega\,t + k\,x + \phi_0) \tag{8}$$

Dabei bezeichnet ξ_0 die Amplitude, ϕ_0 eine Phasenkonstante, ω die Kreisfrequenz

$$\omega = 2\pi\,f \tag{9}$$

und k die Wellenzahl

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \tag{10}$$

mit der Wellenlänge λ. In komplexer Schreibweise lässt sich die ebene Welle als

$$\xi(x,t) = \frac{1}{2}\,\xi_0\left[e^{\mathrm{i}(\omega\,t - k\,x + \phi_0)} + e^{\mathrm{i}(\omega\,t + k\,x + \phi_0)}\right] \tag{11}$$

darstellen. Unter der Beachtung der Linearität der Grundgleichungen genügt es, einen der beiden Summanden zu beschreiben und den Term $\frac{1}{2}\,\xi_0 e^{\mathrm{i}\phi_0}$ zur komplexen Amplitude

$\hat{\xi}$ zusammenzufassen. Damit ergibt sich die komplexe Darstellung der ebenen Welle:

$$\xi(x,t) = \hat{\xi}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega\,t - k\,x)} \tag{12}$$

3.1.2. Schallausbreitung in Festkörpern

Im Gegensatz zu Flüssigkeiten und Gasen sind Festkörper aufgrund ihrer Bindungsstruktur in der Lage, auch Kräfte quer zur Ausbreitungsrichtung zu übertragen. Folglich setzen sie nicht nur einer Volumenänderung, sondern auch einer Formänderung einen elastischen Widerstand entgegen. Bei ausschließlicher Formänderung reagieren sie mit Gegenkräften, den sog. Scher- oder Schubkräften. Daher genügt nicht wie bei Flüssigkeiten und Gasen eine einzige Konstante zur Beschreibung der elastischen Eigenschaften des Körpers (Kompressionsmodul oder Kompressibilität), sondern es werden im Fall isotroper Festkörper zwei benötigt (z. B. *Elastizitäts-* und *Schubmodul*).

Im festen Körper äußert sich eine Schallwelle im Wesentlichen in einer *Verschiebung* (Auslenkung) $\vec{u}$ der Teilchen innerhalb der Festkörperstruktur mit

$$\vec{u}(x,y,z) = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} \tag{13}$$

Die Koordinaten x, y, z symbolisieren die drei senkrechten Raumrichtungen im kartesischen Koordinatensystem. Die partielle Ableitung einer der Komponenten des Verschiebungsvektors nach einer der Raumrichtungen liefert die *mechanische Verzerrung* (relative Dehnung), beispielsweise ε_{xx} mit

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} \tag{14}$$

Im Allgemeinen wird die mechanische Verzerrung im Bereich kleiner Verzerrungen über einen symmetrischen Tensor zweiter Ordnung wie folgt beschrieben:

$$\varepsilon_{jl} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \gamma_{yx} & \varepsilon_{yy} & \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} & \gamma_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \tag{15}$$

Dabei sind die Elemente ε_{jj} die *Normaldehnungen* in die orthogonalen Raumrichtungen x, y, z und $\varepsilon_{jl} = \gamma_{jl}$ mit $j \neq l$ die *Scherdehnungen* in Querrichtung dazu.
Eine Verzerrung bewirkt eine *mechanische Spannung* auf die Schnittebenen des Festkörpers. Die mechanischen Spannungen, die senkrecht zur Schnittebene stehen, werden

als *Normalspannungen* σ_{mm} und diejenigen, die in der Schnittebene liegen, als *Schub-* oder *Scherspannungen* $\sigma_{mn} = \tau_{mn}$ mit $m \neq n$ bezeichnet. Allgemein gilt

$$\sigma_{mn} = \frac{\partial F_m}{\partial A_n} \tag{16}$$

mit der Kraft F_m auf die Fläche A_n. Die Indizes m, n stehen für die Koordinaten x, y, z. Auch die mechanische Spannung ist im allgemeinen Fall ein symmetrischer Tensor zweiter Ordnung der gleichen Gestalt wie Gleichung 15:

$$\sigma_{mn} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \tag{17}$$

Den Zusammenhang zwischen Verzerrungs- und Spannungstensor liefert das verallgemeinerte Hooke'sche Gesetz

$$\sigma_{mn} = c_{mnjl}\, \varepsilon_{jl} \tag{18}$$

Hier bezeichnen die Elemente c_{mnjl} die *Elastizitätskoeffizienten* des Festkörpers.
Im isotropen Festkörper (keine Richtungsabhängigkeit der Stoffeigenschaften) gilt für die Normalspannung σ_{xx} in x-Richtung

$$\sigma_{xx} = E\, \varepsilon_{xx} \tag{19}$$

mit dem *Elastizitätsmodul* E. Der Zusammenhang gilt im eindimensionalen Fall aber nur, solange sich der Körper in alle anderen Raumrichtungen kräftefrei ausdehnen bzw. zusammenziehen kann. Dieser Vorgang wird als *Querkontraktion* bezeichnet. Ihre Ausprägung ist eine weitere Materialeigenschaft und wird durch die *Querkontraktionszahl* (*Poisson-Zahl*) ν beschrieben.
Wird die Querkontraktion hingegen verhindert, so weicht der einachsige Spannungszustand einem dreiachsigen, wobei auch die Normalspannungen σ_{yy} und σ_{zz} auftreten. Sie verkürzen wiederum die Dehnung in x-Richtung gemäß dem Superpositionsprinzip um gerade die Querkontraktion, welche sie allein hervorrufen würden. Damit gilt

$$E\, \varepsilon_{xx} = \sigma_{xx} - \nu\, (\sigma_{yy} + \sigma_{zz}) \tag{20}$$

$$E\, \varepsilon_{yy} = \sigma_{yy} - \nu\, (\sigma_{xx} + \sigma_{zz}) \tag{21}$$

$$E\, \varepsilon_{zz} = \sigma_{zz} - \nu\, (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \tag{22}$$

Bei Verhinderung der Querkontraktion in y- und z-Richtung durch feste Einspannung gilt $\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = 0$ und man gewinnt aus der Kombination von Gleichung 20,

Gleichung 21 und Gleichung 22 den Zusammenhang

$$E\,\varepsilon_{xx} = \sigma_{xx}\left(1 - \frac{2\,\nu^2}{1-\nu}\right) = \sigma_{xx}\left(\frac{1-\nu-2\,\nu^2}{1-\nu}\right) \tag{23}$$

Mithilfe dieser grundlegenden Überlegungen und der Definition der beiden *Lamé-Konstanten* Λ und μ mit

$$\Lambda = 2G\,\frac{\nu}{1-2\nu} = \frac{E}{1+\nu}\,\frac{\nu}{1-2\nu} \tag{24}$$

$$\mu = G \tag{25}$$

wobei

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{26}$$

das *Schubmodul* bezeichnet, lässt sich über einige hier nicht näher dargestellte Kombinations- und Umformungsschritte die *eindimensionale Wellengleichung für die Schallausbreitung in festen Medien* der Gestalt

$$\mu\,\Delta u_x + (\mu+\Lambda)\,\frac{\partial}{\partial x}(\mathrm{div}\,\vec{u}) = \rho\,\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \tag{27}$$

herleiten. Für die anderen Raumrichtungen ergeben sich entsprechend analoge partielle Differenzialgleichungen. Fasst man diese in vektorieller Form zusammen und formt die Vektordifferenzialoperatoren um, ergibt sich die *dreidimensionale Wellengleichung in Festkörpern* zu

$$(2\mu+\Lambda)\,\Delta\vec{u} + (\mu+\Lambda)\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\vec{u} = \rho\,\frac{\partial^2\vec{u}}{\partial t^2} \tag{28}$$

Im Gegensatz zur Wellengleichung im Flüssigkeiten und Gasen (Gleichung 4) weist die in Festkörpern eine deutlich komplexere Struktur auf, was in einer Vielfalt möglicher Wellentypen resultiert. Für $\mu = 0$ und $\mathrm{rot}\,\vec{u} = 0$ geht Gleichung 28 in Gleichung 4 über, wenn man $\Lambda = K$ setzt. Abgesehen von speziellen Geometrien ist die Wellengleichung für den Festkörper in der Regel nicht analytisch lösbar.
Gleichung 28 lässt sich mittels Helmholtz-Zerlegung in einen rotationsfreien (wirbelfreien) und einen divergenzfreien (quellfreien) Anteil aufspalten, die sich gemäß des Superpositionsprinzips überlagern:

$$\vec{u} = \vec{u}_L + \vec{u}_T \tag{29}$$

Man definiert:

$$\operatorname{rot} \vec{u}_L = 0 \tag{30}$$

$$\operatorname{div} \vec{u}_T = 0 \tag{31}$$

Aus diesen beiden Bedingungen resultieren die beiden Grundtypen für akustische Wellen in Festkörpern, *Longitudinalwellen* (Index L) und *Transversalwellen* (Index T). Ihre Überlagerung ergibt wiederum alle übrigen Wellentypen, u. a. auch Oberflächenwellen (Rayleigh-Wellen) und Lamb-Wellen, die allerdings im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter betrachtet werden.

Longitudinalwellen in Festkörpern

Mit Gleichung 30 vereinfacht sich Gleichung 28 zur Wellengleichung für Longitudinalwellen in Festkörpern

$$\Delta \vec{u} = \frac{1}{c_L^2} \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} \tag{32}$$

und im eindimensionalen Fall zu

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} = \frac{1}{c_L^2} \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \tag{33}$$

c_L ist die *Longitudinalwellengeschwindindigkeit* mit

$$c_L = \sqrt{\frac{2\mu + \Lambda}{\rho}} = \sqrt{\frac{2G\,(1-\nu)}{\rho\,(1-2\nu)}} = \sqrt{\frac{E\,(1-\nu)}{\rho\,(1-\nu-2\nu^2)}} \tag{34}$$

Longitudinalwellen (siehe Abbildung 3.2) zeichnen sich dadurch aus, dass keinerlei Schubspannungen auftreten und die Teilchenschwingung ausschließlich in Ausbreitungsrichtung der Welle erfolgt. Die Ähnlichkeit zur Wellengleichung in Flüssigkeiten und Gasen (Gleichung 4), in denen der Schall ausschließlich als Longitudinalwelle auftritt, ist leicht ersichtlich.
Die Lösung der partiellen Differenzialgleichung erfolgt ebenfalls analog zur Wellengleichung in Flüssigkeiten und Gasen, sodass sich für eine eben fortschreitende Longitudinalwelle im Festkörper in komplexer Schreibweise der folgende Ausdruck ergibt:

$$u_x(x,t) = \hat{u}_x\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega\, t - k\, x)} \tag{35}$$

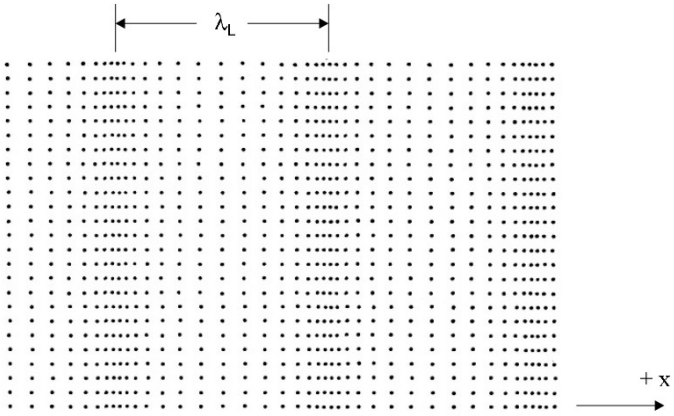


Abb. 3.2: Wellenbild einer Longitudinalwelle der Wellenlänge λ_L mit Teilchenschwingung in Ausbreitungsrichtung +x [46]

Transversalwellen in Festkörpern

In ähnlicher Weise vereinfacht sich Gleichung 28 mit Gleichung 31 zur Wellengleichung für Transversalwellen in Festkörpern

$$\Delta \vec{u} = \frac{1}{c_T^2} \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} \tag{36}$$

und im eindimensionalen Fall zu

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} = \frac{1}{c_T^2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} \tag{37}$$

c_T ist hier die *Transversalwellengeschwindindigkeit* mit

$$c_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{2\rho\,(1+\nu)}} \tag{38}$$

Transversalwellen, auch Schub- bzw. Scherwellen (siehe Abbildung 3.3), zeichnen sich dadurch aus, dass die Teilchenschwingung in y- und z-Richtung erfolgt (Verschiebung in u_y- bzw. u_z-Richtung), während sich die Welle in x-Richtung ausbreitet.

In der Praxis wird stets eine Mischung aus beiden Wellentypen angeregt. Für das Verhältnis beider Schallgeschwindigkeiten ergibt sich aus Gleichung 34 und Gleichung 38

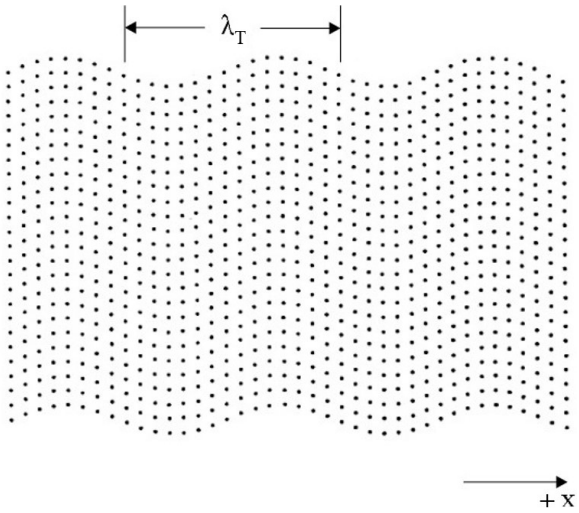


Abb. 3.3: Wellenbild einer Transversalwelle der Wellenlänge λ_T mit Teilchenschwingung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung +x [46]

mit einem Wert von $\nu = 0.3$, wie er für viele Materialien gilt:

$$\frac{c_L}{c_T} = \sqrt{\frac{2\,(1-\nu)}{1-2\,\nu}}\,\frac{c_L}{c_T} = 1.9 \tag{39}$$

Eine Longitudinalwelle breitet sich nach dieser Faustformel, die vor allem in Metallen in der Regel eine gute Näherung darstellt, also etwa doppelt so schnell aus wie eine Transversalwelle. Daher kommt es in der Praxis häufig nach kurzer Laufzeit zur Trennung beider Wellenimpulse.
Alle folgenden Betrachtungen zur Schallausbreitung gelten prinzipiell sowohl für Longitudinal- als auch für Transversalwellen.

3.1.3. Schallintensität, -leistung und -dämpfung

Neben der Beschreibung des Schallfeldes über Schalldruck $\tilde{p}$, Schalldichte $\tilde{\rho}$ und Schallschnelle $\tilde{\vec{v}}$ in Flüssigkeiten und Gasen bzw. der mechanischen Verschiebung $\vec{u}$ in Festkörpern benötigt man noch eine Größe, die den Energiegehalt einer Schallwelle quantifiziert. Dazu führt man die Schallintensität $\vec{I}$ mit

$$\vec{I} = \tilde{p}\,\tilde{\vec{v}} \tag{40}$$

als Maß für die an einem Ort pro Zeiteinheit mit der Schnelle $\tilde{\vec{v}}$ strömende Schallenergiemenge ein. Integriert man die Intensitätsbeiträge aller Flächenelemente $d\vec{A}$ einer

um die Schallquelle gelegten Fläche A, so erhält man die Schallleistung P mit

$$P = \int_A \vec{I} \cdot \mathrm{d}\vec{A} \tag{41}$$

Da die Schallleistung in der Praxis in einem großen Wertebereich variiert, haben sich Pegelmaße und die Festlegung einer Bezugsintensität und -leistung etabliert. Man definiert Schallintensitätspegel L_I und Schallleistungspegel L_P über

$$L_I = 10 \log_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right) \mathrm{dB} \tag{42}$$

$$L_P = 10 \log_{10} \left(\frac{P}{P_0} \right) \mathrm{dB} \tag{43}$$

mit der Schallintensität $I_0 = 10^{-12}\,\mathrm{W/m^2}$ und der Schallleistung $P_0 = 10^{-12}\,\mathrm{W}$ an der Hörschwelle bei 1 kHz.

Im realen Fall der Schallausbreitung kommt es zu einem Ausgleich der mit der Schallwelle verbundenen Druck- und Geschwindigkeitsänderungen mit der Umgebung, wobei der Schallwelle Energie bzw. Schallleistung entzogen wird. Dieser Vorgang wird als *Schalldämpfung* bezeichnet. Als physikalische Ursachen für diese Dämpfung kommen in Gasen und Flüssigkeiten Absorptionsprozesse wie innere Reibung (Viskosität), Wärmeleitung und molekulare Absorption in Frage, in Festkörpern hingegen dominiert die Streuung (siehe Unterabschnitt 3.1.4).
Eine eindimensionale ebene Schallwelle wird in Ausbreitungsrichtung exponentiell mit der Gesetzmäßigkeit

$$\xi(x,t) = \hat{\xi} \mathrm{e}^{-\alpha_D\, x}\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega\, t - k\, x)} \tag{44}$$

gedämpft. α_D wird als *Dämpfungskonstante* bezeichnet, die in der Regel frequenzabhängig ist. Sie nimmt in Flüssigkeiten und Gasen aufgrund der physikalischen Natur der Absorptionsprozesse meist quadratisch mit der Frequenz zu, in Festkörpern hingegen oft linear [47]. Zudem ist sie umso höher, je poröser das Medium ist.
Häufig wird für α_D daher eine frequenzabhängige Gleichung statt eines einzelnen Werts für jedes Material angegeben [48].

3.1.4. Reflexion, Brechung und Beugung von Schallwellen

Betrachtet man als Raum, in dem sich der Schall ausbreitet, kein unendlich ausgedehntes Medium, sondern ein begrenztes Volumen, an das wiederum ein anderes

Medium grenzt, so muss man die Einflüsse von Reflexion, Brechung und Beugung berücksichtigen. Dabei erweist es sich in vielen Fällen als zweckmäßig, nur die Normale der Wellenfront einer ebenen Schallwelle in Ausbreitungsrichtung zu betrachten, man spricht in Anlehnung an die Optik von *Schallstrahl* und der *Geometrischen Akustik*. Zur Beschreibung der Reflexion an einer planen Wand senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Welle wird die sog. *Schallkennimpedanz* (*Wellenwiderstand*) eingeführt, die sich als Quotient aus Schalldruck und Schallschnelle bzw. als Produkt aus Dichte und Schallgeschwindigkeit im eindimensionalen Fall über

$$Z = \frac{\hat{\hat{p}}}{\hat{\hat{v}}} = \rho\, c \tag{45}$$

ergibt und eine Materialkonstante darstellt [49].
Läuft beispielsweise eine eindimensionale ebene Welle in Form einer mechanischen Verschiebung $u = u_x$ in einem Festkörper in positive x-Richtung auf die Grenzschicht zwischen Medium 1 und Medium 2 bei $x = 0$ zu (siehe Abbildung 3.4), so wird sie an dieser zum einem Teil reflektiert und zum anderen Teil transmittiert.

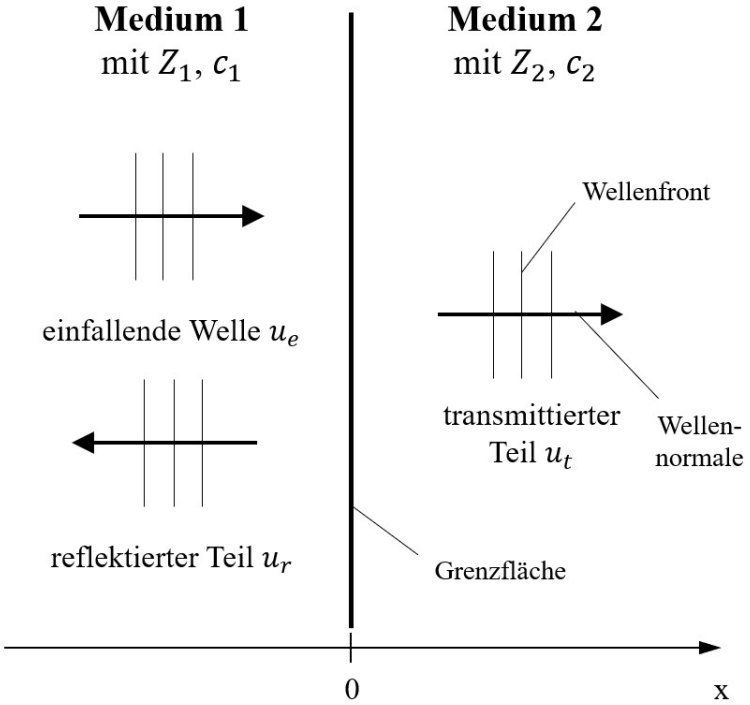


Abb. 3.4: Schematische Darstellung der Reflexion und Transmission von Schallwellen an der Grenzfläche zwischen zwei Medien

Die Teilwellen lassen sich in komplexer Schreibweise wie folgt darstellen:

$$u_e(x,t) = \hat{u}_e \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega\, t - k\, x)} \tag{46}$$

$$u_t(x,t) = \hat{u}_t \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega\, t - k\, x)} \tag{47}$$

$$u_r(x,t) = \hat{u}_r \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega\, t + k\, x)} \tag{48}$$

Den Quotienten zwischen reflektierter und einfallender Wellenamplitude

$$R = \frac{\hat{u}_r}{\hat{u}_e} \tag{49}$$

bezeichnet man als *Reflexionskoeffizient*. Dieser ergibt sich andererseits über das Verhältnis der Schallkennimpedanzen $Z_{1,2}$ der beteiligten Medien gemäß

$$R = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \tag{50}$$

Der reflektierte Teil der Welle ist im Vergleich zum transmittierten Teil also umso größer, je größer der Unterschied in den Schallkennimpedanzen der Medien ist.
Bei dem Medium der höheren Schallkennimpedanz spricht man vom *schallharten* und bei dem mit niedrigerer Schallkennimpedanz vom *schallweichen* Medium. Im Falle des Übergangs vom schallharten in das schallweiche Medium wird der Reflexionskoeffizient (Gleichung 50) negativ, d. h. auch das Vorzeichen der mechanischen Verschiebung (Gleichung 47) kehrt sich um. Dies entspricht in der Konsequenz einer Phasenverschiebung von π zwischen einfallender und reflektierter Welle.

Trifft eine Schallwelle schräg auf eine Grenzfläche, so wird der die Grenzfläche durchtretende Teil der Schallwelle an dieser gebrochen (siehe Abbildung 3.5). Die dabei geltenden Gesetzmäßigkeiten sind im Wesentlichen analog zur Strahlenoptik. So gilt das *Reflexionsgesetz der Akustik* mit

$$\vartheta_1^{(e)} = \vartheta_1^{(r)} \tag{51}$$

und ebenso das *Brechungsgesetz der Akustik* mit

$$\frac{\sin \vartheta_1^{(e)}}{c_1} = \frac{\sin \vartheta_2}{c_2} \tag{52}$$

Wird die Schallwelle nicht an einer unendlich ausgebreiteten Grenzfläche, sondern an einem räumlich begrenzten Objekt reflektiert und ist die Wellenlänge im Bereich der Objektlänge, so tritt das Phänomen der *Beugung* auf. Der Schall breitet sich also auch

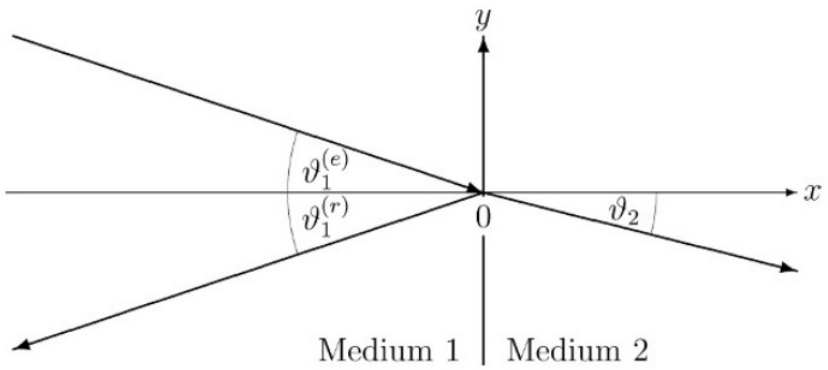


Abb. 3.5: Schematische Darstellung der Reflexion und Brechung von Schallwellen (dargestellt durch ihre Wellennormalen) an der Grenzfläche zwischen zwei Medien [46]

hinter einem Objekt in dessen geometrischen Schattenraum hinein aus. Man darf hier also nicht allein das Modell des Schallstrahls heranziehen, sondern muss explizit die Wellennatur des Schalls berücksichtigen.
Kann man Reflexions- und Beugungserscheinungen, insbesondere bei nur kleinen Hindernissen im Schallfeld, nicht mehr voneinander unterscheiden, so spricht man von *Schallstreuung*. Sie sorgt dafür, dass sich die Energie einer Schallwelle, selbst bei gerichteter Abstrahlung durch die Schallquelle, in einem inhomogenen Medium stark räumlich verteilt.

3.2. Herleitung eines analytischen Modells zur Reflexion im Dreischichtsystem

In Unterabschnitt 3.1.4 wurde die Reflexion von Schallwellen an der Grenzfläche zweier Medien bei senkrechtem Schalleinfall diskutiert. Erweitert man dieses Modell um eine dünne Schicht mit Dicke h (Medium 0), die sich zwischen Medium 1 und Medium 2 befindet, so spricht man von einem *Dreischichtsystem* (siehe Abbildung 3.6).
Der Reflexionskoeffizient R_1, der den Anteil der aus diesem System zurücklaufenden Welle an der einfallenden Welle quantifiziert, ist nun keine Konstante mehr (siehe Gleichung 50), sondern ist neben den Schallkennimpedanzen der beteiligten Medien auch von der Frequenz der Schallwelle und der Beschaffenheit der Zwischenschicht (Medium 0) abhängig. Dieser Zusammenhang soll im Folgenden hergeleitet werden, wobei sich an den Arbeiten von Reddyhoff u. a. [26] und Pialucha u. a. [21] orientiert wird.

Die von einer ebenen Welle im Festkörper verursachte Verschiebung (Gleichung 35)

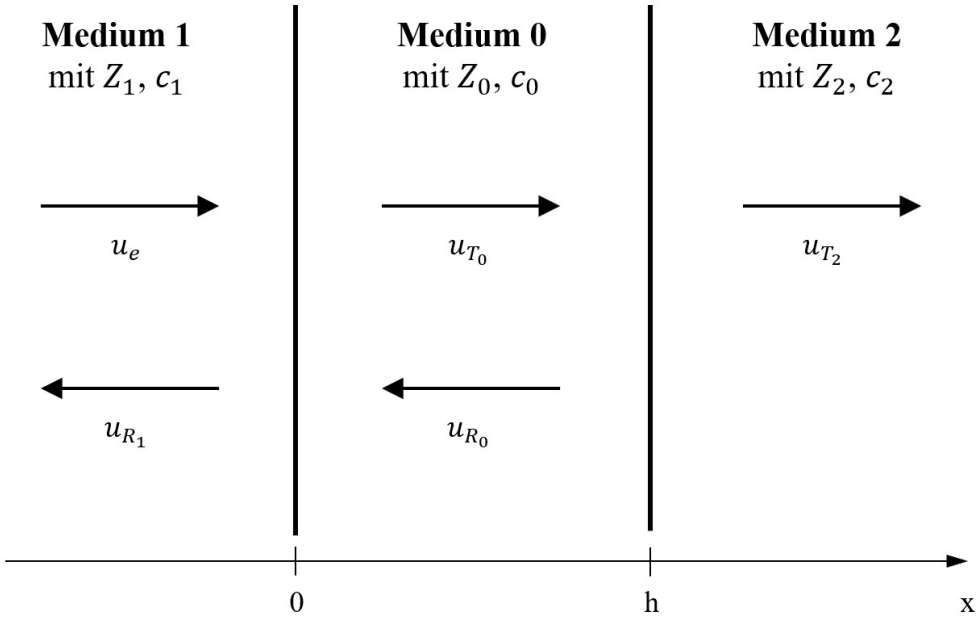


Abb. 3.6: Schematische Darstellung der Reflexion von Schallwellen (dargestellt durch ihre Wellennormalen) im Dreischichtsystem: Die Indizes T_i bezeichnen transmittierte und die Indizes R_i reflektierte Anteile an der jeweiligen Grenzfläche

lässt sich unter Verwendung der elementaren Zusammenhänge

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \tag{53}$$

$$c = f\,\lambda \tag{54}$$

in die Form

$$u(x,t) = \hat{u}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega(t-\frac{x}{c})} \tag{55}$$

bringen. Hierbei sei erwähnt, dass im Realfall noch ein exponentieller Dämpfungsterm (siehe Unterabschnitt 3.1.3) hinzukommt, der hier allerdings vernachlässigt wird. Zudem wäre die Welle im Realfall nicht unendlich lang ausgedehnt, sondern ein räumlich begrenztes Wellenpaket. Auch dieser Umstand bleibt zur Vereinfachung in der Herleitung unberücksichtigt.
Betrachtet man nun weiterhin nur den stationären Fall zum Zeitpunkt $t = 0$, so kann man auch den zeitabhängigen Teil eliminieren und es bleibt

$$u(x) = \hat{u}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega\frac{x}{c}} \tag{56}$$

Wie in Abbildung 3.6 ersichtlich, wird eine von links kommende und in positive x-Richtung propagierende ebene Schallwelle der Amplitude $\hat{u}_e = 1$ mit

$$u_e(x) = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega \frac{x}{c_1}} \tag{57}$$

im Dreischichtsystem mehrfach reflektiert und transmittiert. Die reflektierten und transmittierten Anteile überlagern sich gemäß dem Superpositionsprinzip innerhalb der einzelnen Schichten zu

$$u_1(x) = u_e + u_{R_1} = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega \frac{x}{c_1}} + R_1\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega \frac{x}{c_1}} \tag{58}$$

$$u_0(x) = u_{T_0} + u_{R_0} = T_0\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega \frac{x}{c_0}} + R_0\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega \frac{x}{c_0}} \tag{59}$$

$$u_2(x) = u_{T_2} = T_2\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega \frac{x}{c_2}} \tag{60}$$

mit den Reflexionskoeffizienten R_i und den Transmissionskoeffizienten T_i.
Um die Koeffizienten unabhängig voneinander allgemein bestimmen zu können, genügen diese drei Gleichungen jedoch nicht. Allerdings lässt sich neben den Gleichungen für die mechanische Verschiebung in den einzelnen Schichten für jede Schicht auch ein Ausdruck für die mechanische Spannung formulieren. Dazu schreibt man Gleichung 14 mit Gleichung 23 für seitlich fest eingespannte, isotrope Festkörper als

$$\sigma_{xx} = E\left(\frac{1-\nu}{1-\nu-2\nu^2}\right)\frac{\mathrm{d}u_x}{\mathrm{d}x} \tag{61}$$

Durch Differenzieren von Gleichung 58, Gleichung 59 und Gleichung 60 nach x und Einsetzen in Gleichung 61 erhält man so

$$\sigma_1(x) = -\mathrm{i}\,\omega\,\frac{E_1}{c_1}\left(\frac{1-\nu_1}{1-\nu_1-2\nu_1^2}\right)\left(\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega \frac{x}{c_1}} - R_1\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega \frac{x}{c_1}}\right) \tag{62}$$

$$\sigma_0(x) = -\mathrm{i}\,\omega\,\frac{E_0}{c_0}\left(\frac{1-\nu_0}{1-\nu_0-2\nu_0^2}\right)\left(T_0\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega \frac{x}{c_0}} - R_0\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega \frac{x}{c_0}}\right) \tag{63}$$

$$\sigma_2(x) = -\mathrm{i}\,\omega\,\frac{E_2}{c_2}\left(\frac{1-\nu_2}{1-\nu_2-2\nu_2^2}\right)T_2\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega \frac{x}{c_2}} \tag{64}$$

Nimmt man ausschließlich longitudinale Schallwellen an, so gilt für die Schallkennimpedanz Z_i (Gleichung 45) in einer Schicht ($i \in [1, 0, 2]$) mit Gleichung 34

$$Z_i = \rho_i\,c_i = \rho_i\sqrt{\frac{E_i\,(1-\nu_i)}{\rho_i\,(1-\nu_i-2\nu_i^2)}} \tag{65}$$

Erweitern mit c_i liefert

$$Z_i\, c_i = E_i\, \frac{1-\nu_i}{(1-\nu_i-2\nu_i^2)} \tag{66}$$

Dividiert man Gleichung 66 nun durch c_i und setzt in Gleichung 62, Gleichung 63 und Gleichung 64 ein, so erhält man

$$\sigma_1(x) = -\mathrm{i}\,\omega\, Z_1 \left(\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega\frac{x}{c_1}} - R_1\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega\frac{x}{c_1}}\right) \tag{67}$$

$$\sigma_0(x) = -\mathrm{i}\,\omega\, Z_0 \left(T_0\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega\frac{x}{c_0}} - R_0\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega\frac{x}{c_0}}\right) \tag{68}$$

$$\sigma_2(x) = -\mathrm{i}\,\omega\, Z_2\, T_2\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega\frac{x}{c_2}} \tag{69}$$

An den Grenzflächen zwischen den Medien müssen aus Stetigkeitsgründen die Randbedingungen

$$u_1(0) = u_0(0), \qquad u_0(h) = u_2(h) \tag{70}$$

$$\sigma_1(0) = \sigma_0(0), \qquad \sigma_0(h) = \sigma_2(h) \tag{71}$$

gelten.
Aus diesen Randbedingungen lassen sich der Reihe nach die vier Gleichungen

$$1 + R_1 = T_0 + R_0 \tag{72}$$

$$T_0\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega\frac{h}{c_0}} + R_0\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega\frac{h}{c_0}} = T_2\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega\frac{h}{c_2}} \tag{73}$$

$$Z_1\,(1-R_1) = Z_0\,(T_0 - R_0) \tag{74}$$

$$Z_0 \left(T_0\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega\frac{h}{c_0}} - R_0\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega\frac{h}{c_0}}\right) = Z_2\, T_2\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega\frac{h}{c_2}} \tag{75}$$

gewinnen. Dieses lineare Gleichungssystem mit den vier Variablen R_0, T_0, R_1 und T_2 ist z. B. unter Anwendung der Cramer'schen Regel eindeutig lösbar. Für den gesuchten Reflexionskoeffizienten $R = R_1$ erhält man

$$R = \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega\frac{h}{c_0}}\,(Z_1+Z_0)\,(Z_2-Z_0) + \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega\frac{h}{c_0}}\,(Z_0-Z_1)\,(Z_2+Z_0)}{\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega\frac{h}{c_0}}\,(Z_1-Z_0)\,(Z_2-Z_0) - \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega\frac{h}{c_0}}\,(Z_0+Z_1)\,(Z_2+Z_0)} \tag{76}$$

Der Reflexionskoeffizient R hängt also von einer nicht-trivialen Kombination der Schallkennimpedanzen der beteiligten Medien wie auch von der Frequenz f der Schallwelle und vom Quotienten aus Dicke h und Schallgeschwindigkeit c_0 der dünnen Zwischenschicht (Medium 0) ab. Kennt man beispielsweise die akustischen Impedanzen aller

drei Schichten sowie die Frequenz der Schallwelle und die Schallgeschwindigkeit c_0, so lässt sich die Dicke h der Zwischenschicht rechnerisch bestimmen.

Als komplexe Zahl enthält der Reflexionskoeffizient R sowohl Betrags- als auch Phaseninformation. Durch die Anwendung der Euler'schen Formel

$$\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi} = \cos(\varphi) + \mathrm{i}\,\sin(\varphi) \tag{77}$$

und der Substitutionen

$$\alpha = (Z_1 + Z_0)\,(Z_2 - Z_0) \tag{78}$$
$$\beta = (Z_0 - Z_1)\,(Z_2 + Z_0) \tag{79}$$
$$\gamma = (Z_1 - Z_0)\,(Z_2 - Z_0) \tag{80}$$
$$\delta = (Z_0 + Z_1)\,(Z_2 + Z_0) \tag{81}$$
$$\varphi = \omega \frac{h}{c_0} \tag{82}$$

lässt sich Gleichung 76 in Real- und Imäginärteil zerlegen:

$$\mathrm{Re}(R) = \frac{(\alpha\,\gamma - \beta\,\delta) + (\beta\,\gamma - \alpha\,\delta)\cos(2\varphi)}{(\gamma - \delta)^2\cos(\varphi) + (\delta + \gamma)^2\sin^2(\varphi)} \tag{83}$$
$$\mathrm{Im}(R) = \frac{(\alpha\,\delta + \beta\,\gamma)\sin(2\varphi)}{(\gamma - \delta)^2\cos(\varphi) + (\delta + \gamma)^2\sin^2(\varphi)} \tag{84}$$

Daraus ergeben sich wiederum Betrag $|R|$

$$|R| = \sqrt{\mathrm{Re}^2(R) + \mathrm{Im}^2(R)} \tag{85}$$
$$|R| = \sqrt{\frac{[(\alpha\,\gamma - \beta\,\delta) + (\beta\,\gamma - \alpha\,\delta)\cos(2\varphi)]^2 + (\alpha\,\delta + \beta\,\gamma)^2\sin^2(2\,\varphi)}{[(\gamma - \delta)^2\cos^2(\varphi) + (\delta + \gamma)^2\sin^2(\varphi)]^2}} \tag{86}$$

und Phase ϕ_R von R

$$\tan(\phi_R) = \frac{\mathrm{Im}(R)}{\mathrm{Re}(R)} \tag{87}$$
$$\tan(\phi_R) = \frac{(\alpha\,\delta + \beta\,\gamma)\sin(2\varphi)}{(\alpha\,\gamma - \beta\,\delta) + (\beta\,\gamma - \alpha\,\delta)\cos(2\varphi)} \tag{88}$$

3.3. Interpretation des analytischen Modells

Stellt man den Betrag des Reflexionskoeffizienten gemäß Gleichung 86 in Abhängigkeit der Dicke der Zwischenschicht (Medium 0) für verschiedene Frequenzen graphisch dar, so erhält man den in Abbildung 3.7 gezeigten Verlauf. Für die Schallkennimpedanzen

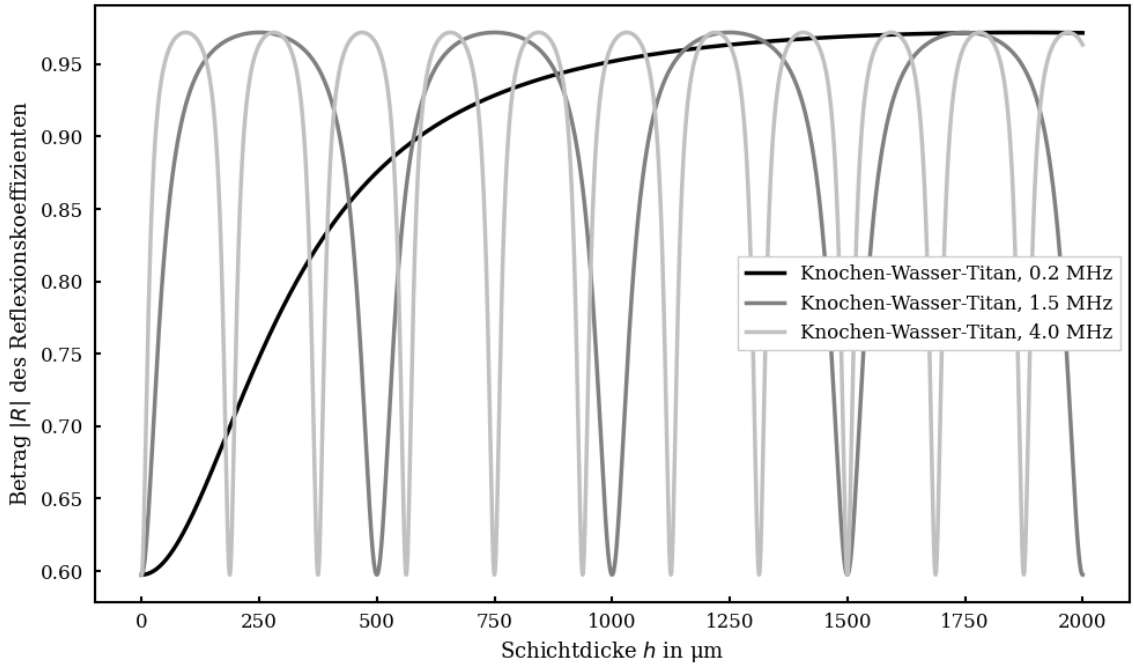


Abb. 3.7: Betrag $|R|$ des Reflexionskoeffizienten in Abhängigkeit der Schichtdicke h von Medium 0 für verschiedene Frequenzen f der Schallwelle in einem Knochen-Wasser-Titan-Dreischichtsystem

Z_1, Z_0 und Z_2 sowie für die Schallgeschwindigkeit c_0 in der Zwischenschicht fanden in diesem Fall die Werte für ein Knochen-Wasser-Titan-Dreischichtsystem (siehe Unterabschnitt 6.3) Verwendung. Sie sind, wie auch die für alle folgenden Beispiele verwendeten akustischen Kennwerte in Tabelle A.2 aufgeführt.
Da ein Schallsignal in der Praxis schon allein aufgrund seiner zeitlichen Begrenztheit nicht monofrequent ist, bietet sich die umgekehrte Darstellung in Abhängigkeit der Frequenz an (siehe Abbildung 3.8). Diese führt, da Frequenz f und Schichtdicke h in gleicher Weise in φ und damit $|R|$ eingehen, zu einem analogen Verlauf, der im Folgenden als *Amplitudenspektrum des Reflexionskoeffizienten* bezeichnet wird. Der Verlauf zeigt durch die Kombination aus $\sin^2$- und $\cos^2$-Termen in Gleichung 86 sich periodisch wiederholende Maxima und Minima, deren Lage von φ und damit von ω, h und c_0 abhängt.

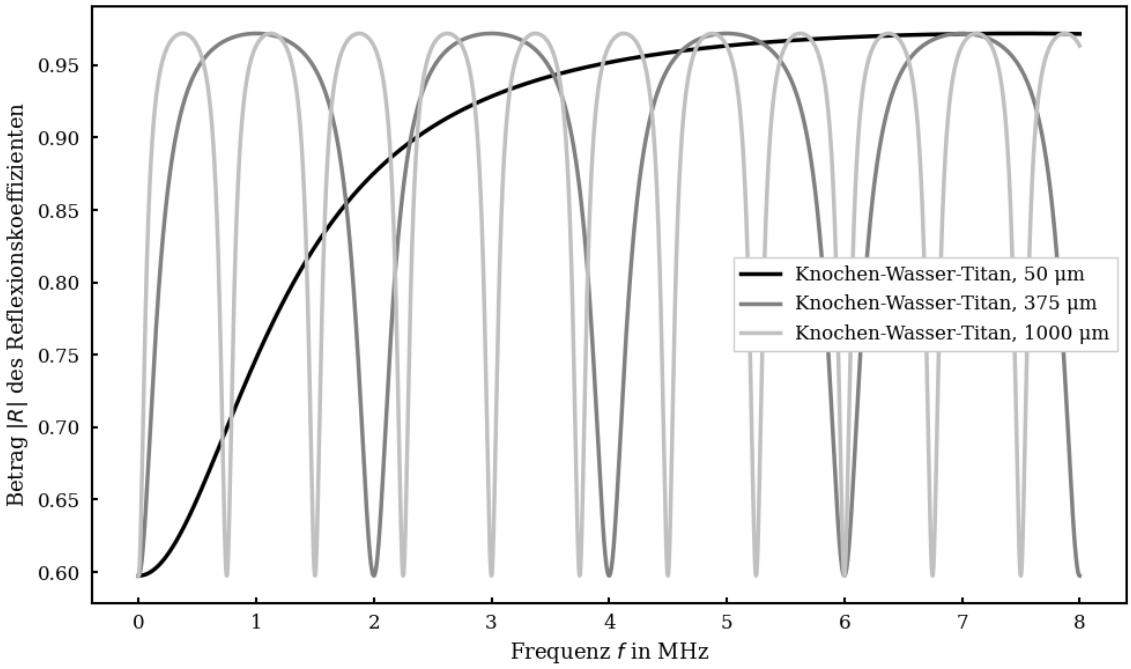


Abb. 3.8: Betrag $|R|$ des Reflexionskoeffizienten in Abhängigkeit der Frequenz f der Schallwelle für verschiedene Schichtdicken h von Medium 0 in einem Knochen-Wasser-Titan-Dreischichtsystem

Da die Schichtdicke h in die Argumente der komplexen Exponentialfunktionen gleichermaßen eingeht, nicht aber in deren Vorfaktoren (siehe Gleichung 76), führt eine Veränderung von h lediglich zur Stauchung bzw. Streckung des Spektrums in f-Richtung und damit auch zur Verschiebung der Minima, aber nicht zu einer Änderung der Form der Maxima im Spektrum.
Ändern sich hingegen die beteiligten Medien und damit die in Gleichung 76 eingehenden Schallkennimpedanzen, so ändert sich sowohl die Form der spektralen Maxima als auch der Wertebereich des Reflexionskoeffizienten. Abbildung 3.9 zeigt dies im Falle unterschiedlicher Materialien auf beiden Seiten der Zwischenschicht (Medium 1 und Medium 2). Nur für gleiche Materialien auf beiden Seiten mit $Z_1 = Z_2$ erreicht $|R|$ in seinen Minima den Wert 0.
Verändert sich dagegen das Zwischenschicht-Medium (Medium 0), beispielsweise durch die Ansiedlung eines Biofilms, und die beiden äußeren Medien bleiben gleich, so ändert sich nicht nur die Form der spektralen Maxima durch die Änderung der Schallkennimpedanz Z_0, sondern mit der Änderung der Schallgeschwindigkeit c_0 auch die Lage der Minima.
Der Quotient aus Schichtdicke h und Schallgeschwindigkeit c_0 geht in den komplexen Reflexionskoeffizienten (Gleichung 76) in jeden Exponentialterm gleichermaßen ein

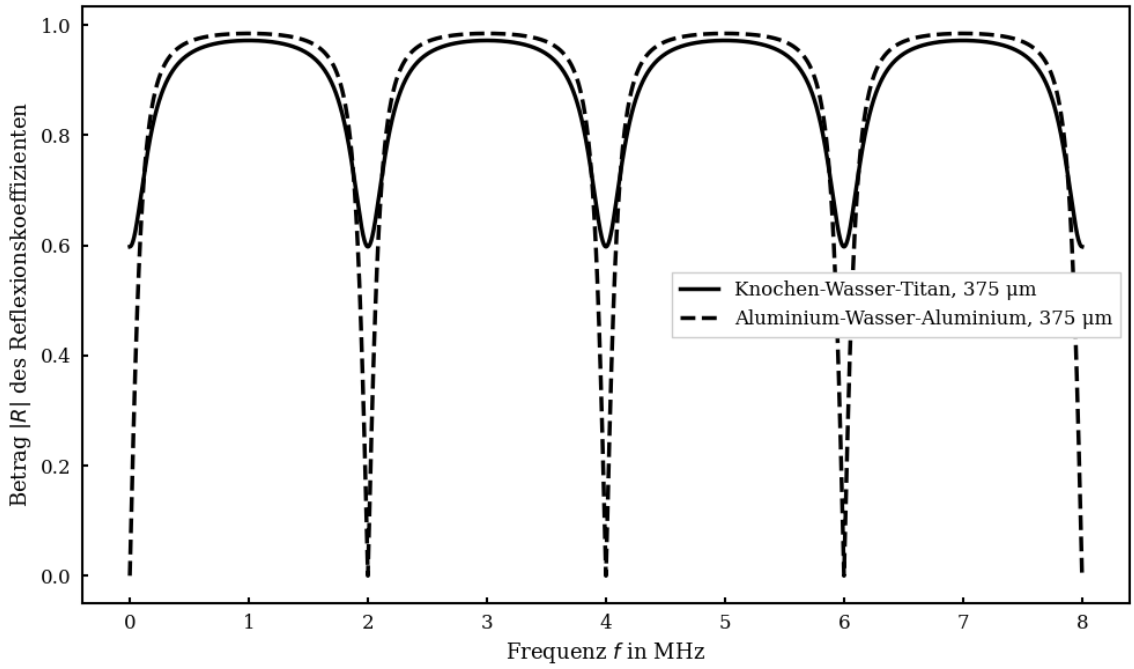


Abb. 3.9: Betrag $|R|$ des Reflexionskoeffizienten in Abhängigkeit der Frequenz f der Schallwelle für ein Knochen-Wasser-Titan- sowie ein Aluminium-Wasser-Aluminium-Dreischichtsystem

und damit auch in jedes Argument der trigonometrischen Funktionen in Gleichung 86 und Gleichung 88. Folglich ist es, wie auch Abbildung 3.10 zeigt, nicht möglich, allein an der Position der Minima im Spektrum eine Änderung der Schichtdicke von einer Änderung des Zwischenschicht-Mediums unterscheiden.
Im dargestellten Beispiel liegen die Minima bei einem Knochen-Wasser-Titan-System mit $h = 289\,\mu\text{m}$ an der gleichen Stelle wie bei einem Knochen-Glycerin-Titan-System mit $h = 375\,\mu\text{m}$. Hier bleibt nur die Möglichkeit, die Form der spektralen Maxima zu untersuchen. Denn ändert sich c_0, so ändert sich gemäß Gleichung 45 auch die Schallkennimpedanz Z_0 und damit die Form der Maxima. Eine Dickenänderung hingegen ändert nur die Lage der Minima.

Die Gleichung für die Phase ϕ_R des Reflexionskoeffizienten (Gleichung 88) enthält prinzipiell die gleichen Informationen wie die seines Betrags $|R|$. Mit dem resultierenden Phasenspektrum (siehe Abbildung 3.11) ließen sich also die gleichen Informationen wie aus dem Amplitudenspektrum gewinnen. Da diese Betrachtung (außer im Falle gleicher Medien auf beiden Seiten der Zwischenschicht [28]) jedoch keinen ergänzenden Informationsgehalt besitzt und sie in ihrer physikalischen Interpretation weniger anschaulich als die des Amplitudenspektrums ist, wird sie im Rahmen dieser Arbeit

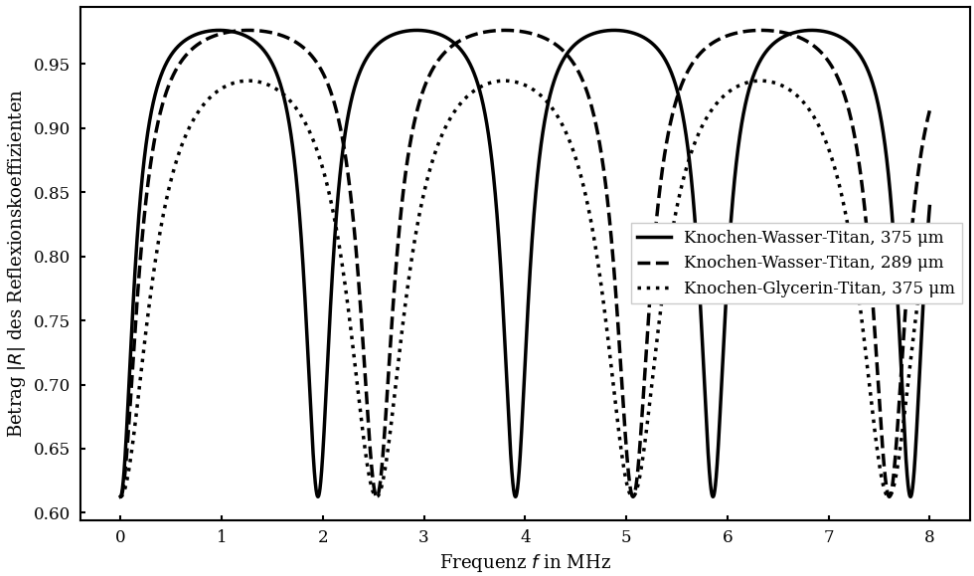


Abb. 3.10: Betrag $|R|$ des Reflexionskoeffizienten in Abhängigkeit der Frequenz f der Schallwelle für ein Knochen-Wasser-Titan- sowie ein Knochen-Glycerin-Titan-Dreischichtsystem mit unterschiedlichen Schichtdicken

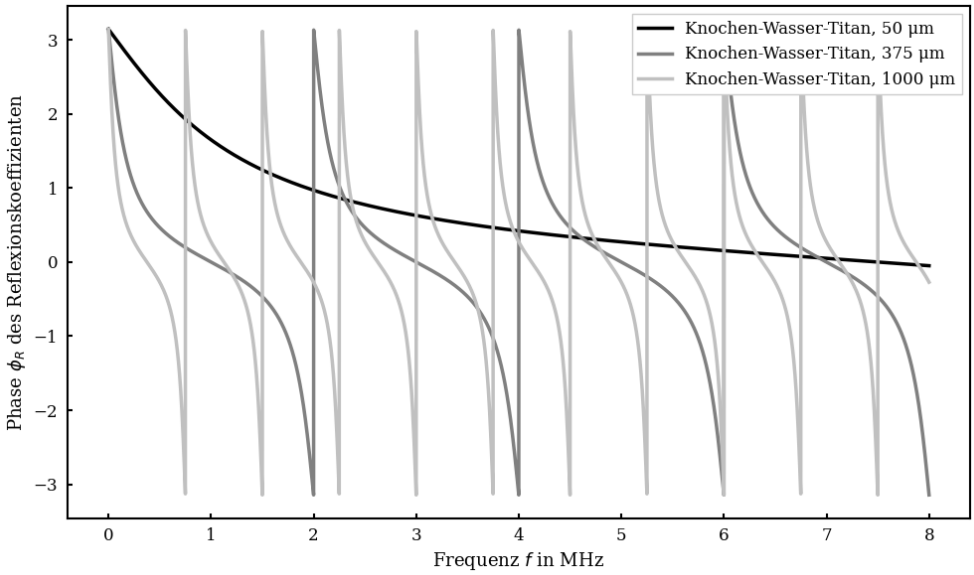


Abb. 3.11: Phase ϕ_R des Reflexionskoeffizienten in Abhängigkeit der Frequenz f der Schallwelle für verschiedene Schichtdicken h von Medium 0 in einem Knochen-Wasser-Titan-Dreischichtsystem

nicht weiter berücksichtigt.

Wird im weiteren Verlauf der Arbeit schlicht von einem Spektrum gesprochen und auf die Betragsstriche verzichtet, so ist stets das Amplitudenspektrum gemeint.

3.4. Vereinfachungen des analytischen Modells

Der in Unterabschnitt 3.2 hergeleitete Ausdruck für den Reflexionskoeffizienten R gilt prinzipiell für alle Schichtdicken h und Frequenzen f und stellt damit den allgemeinsten Fall dar. Dennoch lohnt es im Hinblick auf die spätere praktische Anwendung des Modells, einige Vereinfachungen, die aus dem allgemeinen Modell hervorgehen und sich jeweils auf einen bestimmten Schichtdicken- bzw. Frequenzbereich beziehen, zu betrachten.

3.4.1. Liquid-Spring-Modell

Im Falle sehr dünner, näherungsweise masseloser Zwischenschichten und kleiner Frequenzen mit $h << \lambda$ sowie einer kleineren Schallkennimpedanz Z_0 der Schicht im Vergleich zu den umliegenden Medien kann man die Schicht in guter Näherung modellhaft als eine Art *elastische Feder* (engl. *Liquid Spring*) betrachten [24, 25, 27, 50]. Eine solche Betrachtung ergibt für den komplexen Reflexionskoeffizienten R_{LS} den Ausdruck

$$R_{LS} = \frac{Z_1 - Z_2 + \mathrm{i}\omega\frac{1}{\kappa}\, Z_1\, Z_2}{Z_1 + Z_2 + \mathrm{i}\omega\frac{1}{\kappa}\, Z_1\, Z_2} \tag{89}$$

mit der Steifheit κ der Zwischenschicht

$$\kappa = \frac{\rho_0\, c_0^2}{h} \tag{90}$$

Selbiger Zusammenhang lässt sich aber auch mittels Taylor-Entwicklung und Anwendung mehrerer Näherungen aus Gleichung 76 direkt erlangen [26, 28].
Als Betrag $|R_{LS}|$ ergibt sich wie in Unterabschnitt 3.2 beschrieben

$$|R_{LS}| = \sqrt{\frac{\left[(Z_1^2 - Z_2^2) + \frac{\omega^2\, Z_1^2\, Z_2^2}{\kappa^2}\right]^2 + \frac{4\omega^2\, Z_1^2\, Z_2^4}{\kappa^2}}{\left[(Z_1 + Z_2)^2 + \frac{\omega^2\, Z_1^2\, Z_2^2}{\kappa^2}\right]^2}} \tag{91}$$

und als Phase $\phi_{R_{LS}}$

$$\tan(\phi_{R_{LS}}) = \frac{\frac{2\omega\, Z_1\, Z_2^2}{\kappa}}{(Z_1^2 - Z_2^2) + \frac{\omega^2\, Z_1^2\, Z_2^2}{\kappa^2}} \tag{92}$$

Abbildung 3.12 zeigt den Verlauf des Reflexionskoeffizienten nach der allgemeinen analytischen Lösung und der Liquid-Spring-Näherung im Vergleich. Daraus wird

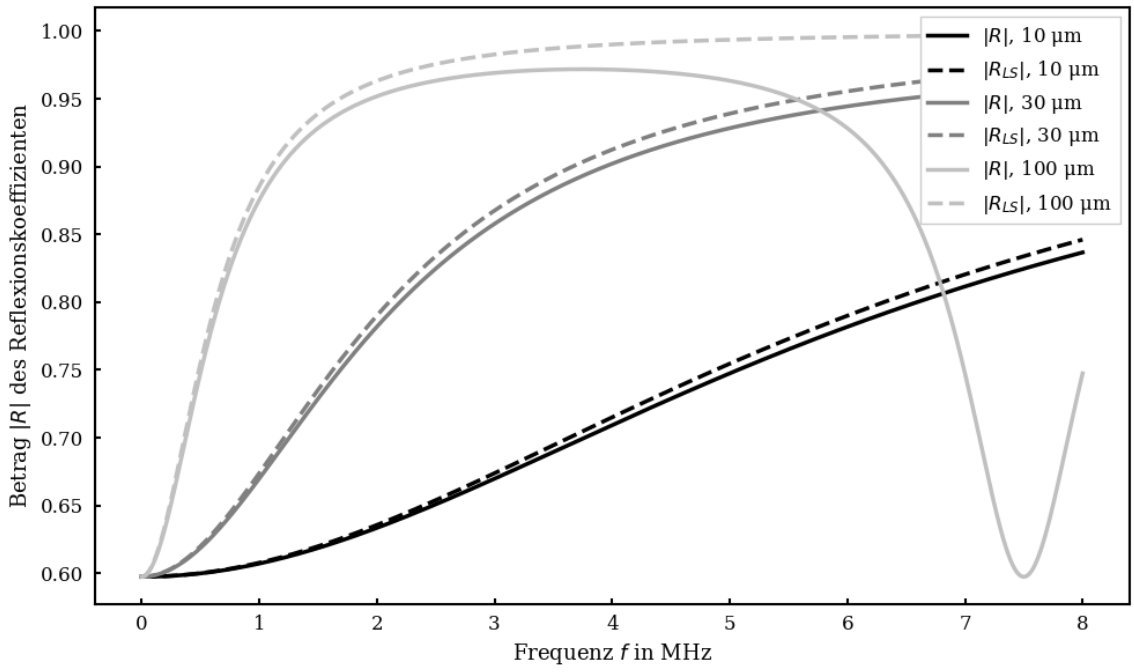


Abb. 3.12: Betrag des Reflexionskoeffizienten $|R|$ nach der allgemeinen analytischen Lösung (Gleichung 86) und nach der Liquid-Spring-Näherung $|R_{LS}|$ für ein Knochen-Wasser-Titan-Dreischichtsystem (Gleichung 91) mit verschiedenen Schichtdicken

deutlich, dass die Liquid-Spring-Näherung das Ansteigen des Reflexionskoeffizienten vor seinem ersten Maximum approximiert. Sobald dieser jedoch zum ersten Minimum hin abfällt, ist die Näherung nicht mehr zulässig.

3.4.2. Resonanz-Modell

Die Dicke h der Zwischenschicht geht nur in die Argumente der Exponentialfunktionen in Gleichung 76 ein, sie lässt sich also allein aus der Lage der Minima im Amplitudenspektrum ermitteln, ohne den genauen Verlauf des Reflexionskoeffizienten kennen zu

müssen. Ist man also ausschließlich an der Dicke einer dünnen Schicht interessiert, so kann die Betrachtung deutlich vereinfacht werden.
Betrachtet man das allgemeine Schema der Reflexion im Dreischichtsystem in Abbildung 3.6, so kann im nichtstationären Fall der an der Zwischenschicht reflektierte Teil der einfallenden Welle u_e allgemein als $u_{R_1}(x,t)$ geschrieben werden. Für einen einmaligen Hin- und Rücklauf des Schalls durch die Schicht (ohne Mehrfachreflexionen) setzt sich $u_{R_1}(x,t)$ aus einem an der Vorderseite reflektierten Teil $u_{R_1,V}(x,t)$ und einem an der Rückseite reflektierten Teil $u_{R_1,R}(x,t)$ zusammen. $u_{R_1}(x,t)$ muss dabei nicht notwendigerweise eine ebene Welle sein, sondern kann ebenso ein zeitlich und räumlich begrenztes Wellenpaket beschreiben.
An der Stelle $x = 0$ (Grenzfläche zwischen Medium 1 und Medium 0) schreibt man

$$u_{R_1}(0,t) = u_{R_1,V}(0,t) + u_{R_1,R}(0,t) \tag{93}$$

Betrachtet man nun nur diese Stelle $x = 0$, so trifft die an der Rückseite der Zwischenschicht reflektierte Welle $u_{R_1,R}(0,t)$ um exakt

$$\Delta t = \frac{2h}{c_0} \tag{94}$$

später als die an der Vorderseite reflektierte Welle $u_{R_1,V}(0,t)$ dort ein. Mit Gleichung 94 kann man also für $u_{R_1,R}(0,t)$ den Ausdruck

$$u_{R_1,R}(0,t) = -q\, u_{R_1,V}(0, t - \Delta t) = -q\, u_{R_1,V}\left(0, t - \frac{2h}{c_0}\right) \tag{95}$$

schreiben, wobei das Minuszeichen den Phasensprung von π widerspiegelt, den die einfallende Welle bei der Reflexion an der Vorderseite der Zwischenschicht (Übergang vom schallharten ins schallweiche Medium) erfährt. $q > 0$ ist eine positive Konstante, die das Amplitudenverhältnis zwischen der an der Vorderseite und der an der Rückseite reflektierten Welle quantifiziert. In der Realität setzt sie sich aus der (frequenzabhängigen) Dämpfung in der Zwischenschicht und der nicht-trivialen Kombination der Schallkennimpedanzen der beteiligten Medien zusammen, wie sie in Unterabschnitt 3.2 betrachtet wurde. Da die Konstante q jedoch auf die Phasenlage der Wellen zueinander und somit auch auf die Minima im Spektrum keinen Einfluss hat, wird sie hier nicht näher untersucht.
An der Stelle $x = 0$ überlagern sich die beiden rücklaufenden Wellen konstruktiv zu $u_{R_1}(0,t)$. Von diesem Punkt aus wandern beide Wellenpakete dann mit zueinander konstanter Phasenlage in negative x-Richtung zum Empfänger.
Mittels *Fourier-Transformation* und der Anwendung deren Linearitäts- und Ver-

schiebungssatzes lässt sich Gleichung 93 in den Frequenzbereich überführen:

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}\{u_{R_1}(0,t)\} &= \mathcal{F}\{u_{R_1,V}(0,t) + u_{R_1,R}(0,t)\} && (96)\\
&= \mathcal{F}\{u_{R_1,V}(0,t)\} + \mathcal{F}\{u_{R_1,R}(0,t)\} && (97)\\
&= \mathcal{F}\{u_{R_1,V}(0,t)\} - q\,\mathcal{F}\{u_{R_1,V}\Big(0, t - \frac{2h}{c_0}\Big)\} && (98)\\
&= \mathcal{F}\{u_{R_1,V}(0,t)\} - q\,\mathcal{F}\{u_{R_1,V}(0,t)\}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega\,\frac{2h}{c_0}} && (99)\\
&= \mathcal{F}\{u_{R_1,V}(0,t)\}\left(1 - q\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega\,\frac{2h}{c_0}}\right) && (100)
\end{aligned}$$

Das Amplitudenspektrum lässt sich also als Produkt aus der Fourier-Transformierten der an der Vorderseite der Zwischenschicht reflektierten Welle und einer Differenz mit Exponentialterm darstellen.
Unabhängig von der Fourier-Transformation der Welle (bzw. des Wellenpakets) treten also dort Minima im Amplitudenspektrum auf, wo $\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega\frac{2h}{c_0}} = 1$ ist. Diese Bedingung ist für

$$\omega\,\frac{2h}{c_0} = 2\pi\,s, \qquad s = 0, 1, 2, ... \tag{101}$$

erfüllt. Die Lage der Minima im Spektrum ergibt sich folglich mit Gleichung 9 zu

$$f = \frac{s\,c_0}{2h} \tag{102}$$

Es lässt sich zeigen, dass dieser Zusammenhang auch dann gilt, wenn nicht nur die erste Reflexion von der Rückseite der Zwischenschicht, sondern auch sämtliche Mehrfachreflexionen mit in die Betrachtung einbezogen werden [19].
Ist das einfallende Wellenpaket im Zeitbereich hinreichend lang (länger als es zum zweimaligen Durchlaufen der Zwischenschicht benötigt), so kommt es zur konstruktiven Überlagerung von hin- und rücklaufender Welle innerhalb der gesamten Schicht und damit zu einer *Resonanz* im Spalt.
Aus diesem Grund wird der obige Ansatz zur Bestimmung der Minima im Spektrum in der Literatur vielfach als *Resonanz-Modell* eines Dreischichtsystems bezeichnet, wenngleich seine Herleitung nicht zwangsläufig ein Resonanzverhalten im Spalt erfordert. Im Gegenteil: die obige Betrachtung im Frequenzbereich ist unabhängig von der zeitlichen Länge des Schallsignals und damit auch dann gültig, wenn die Reflexionen von Vorder- und Rückseite der Zwischenschicht gar nicht überlappen, sondern zeitlich separiert sind.

3.4.3. Time-of-Flight-Modell

Sind die Reflexionen von der vorderen und hinteren Grenzfläche der Zwischenschicht im Zeitbereich getrennt, so lässt sich die Schichtdicke h aus der einfachen Beziehung

$$\Delta t = \frac{2h}{c_0} \tag{103}$$

über die Schallgeschwindigkeit c_0 und die Zeit Δt, die zwischen der Reflexion von der Grenzfläche 1/0 und der von der Grenzfläche 0/2 (siehe Abbildung 3.6) liegt, bestimmen. Δt entspricht dabei genau der Zeit, die die Schallwelle für das zweimalige Durchlaufen (Hin- und Rücklaufen) in der Zwischenschicht benötigt (siehe Abbildung 3.13).

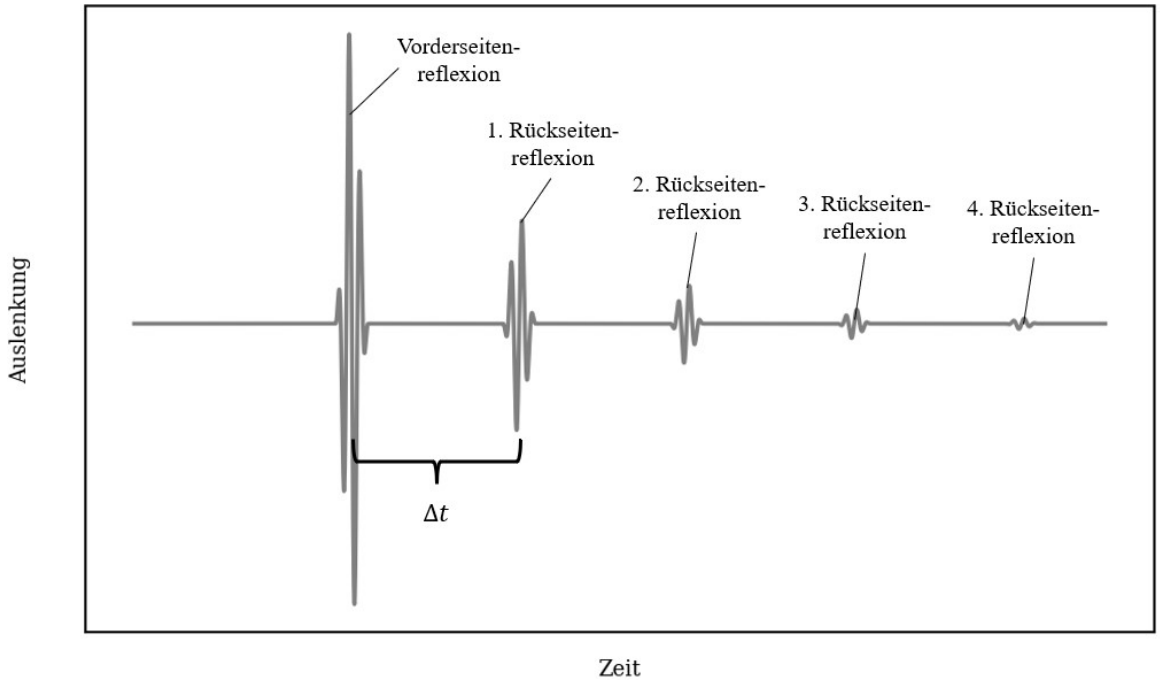


Abb. 3.13: Reflexionen eines Schallpulses an vorder- und rückseitiger Grenzfläche der Zwischenschicht mit zeitlichem Abstand Δt

Zur Erfüllung der Bedingung getrennter Reflexionen im Zeitbereich ist eine große Schichtdicke h und/oder eine hohe Frequenz f bei gleichzeitig möglichst kurzem Anregepuls erforderlich.

3.5. Experimentelle Bestimmung des Reflexionskoeffizienten im Dreischichtsystem

Wie bereits in Abschnitt 1 formuliert, ist es das Ziel der Arbeit, ein Ultraschall-Messverfahren zu entwickeln, mit dessen Hilfe in erster Linie die Dicke der Schicht zwischen Oberschenkelknochen und Implantat bei Hüftprothesen, aber auch deren stoffliche Zusammensetzung charakterisiert werden kann.
Kann man nun den frequenzabhängigen Reflexionskoeffizienten des Dreischichtsystems Knochen-Zwischenschicht-Implantat experimentell ermitteln, so bietet sich genau diese Möglichkeit, sowohl die Dicke der Schicht über die Lage der spektralen Minima zu quantifizieren als auch Informationen über deren Materialeigenschaften durch die Form der spektralen Maxima zu erlangen (siehe Gleichung 86).
Um den Reflexionskoeffizienten experimentell bestimmen zu können, muss man jedoch entweder das Zeitsignal von einfallender und reflektierter Welle am Ort $x = 0$ (Abbildung 3.6) exakt kennen oder den Einfluss der Schichten von der Anrege- und Messstelle bis zum Punkt $x = 0$ mit einer Referenzmessung bestimmen und das Signal der reflektierten Welle entsprechend korrigieren.
Eine solche Referenzmessung (Luft als Zwischenschichtmedium, sodass der Schall nahezu vollständig reflektiert wird) ist in der Tribologie, in der das hergeleitete Modell (meist in Form der Liquid-Spring-Näherung) bereits zur Bestimmung der Dicke von Schmierfilmen in Lagern verwendet wird, wenig problematisch [24–28]. Da aber in der hier geforderten medizinischen Anwendung weder direkt am Punkt $x = 0$ gemessen werden kann, noch eine Referenzmessung möglich ist, kann der Reflexionskoeffizient in diesem Fall nicht direkt bestimmt werden.
Es besteht jedoch die Möglichkeit, aus dem Signal der reflektierten Welle, wie es außen auf dem Oberschenkel mit dem Schallwandler gemessen und auf einem Oszilloskop als Spannungsverlauf dargestellt werden kann, Rückschlüsse auf den Verlauf des Reflexionskoeffizienten zu ziehen. Dieses Signal der reflektierten Welle $U_{Refl}(t)$ an der Messstelle des Schallwandlers lässt sich prinzipiell als Produkt aus der einfallenden Welle $U_{Einfall}(t)$ bei $x = 0$ und dem Reflexionskoeffizienten $R(f)$ beschreiben, wobei die frequenzabhängige Dämpfung $g(f)$ im Schallweg der Zwischenschicht-Reflexion zwischen $x = 0$ und der Messstelle des Schallwandlers hinzu kommt:

$$U_{Refl}(t) = R(f)\, g(f)\, U_{Einfall}(t) \tag{104}$$

Wird Gleichung 104 nun in den Frequenzbereich überführt, so erhält man aufgrund der Linearität der Fourier-Transformation

$$\mathcal{F}\{U_{Refl}\} = R(f)\, g(f)\, \mathcal{F}\{U_{Einfall}\} \tag{105}$$

denn sowohl der Reflexionskoeffizient R als auch die Dämpfung $g(f)$ sind nicht zeitabhängig. Das Spektrum der reflektierten Welle besteht also genau aus dem der einfallenden Welle, aber multipliziert mit dem spektralen Verlauf des Reflexionskoeffizienten und der Dämpfung im Schallweg der Reflexion.
Abbildung 3.14 zeigt das Amplitudenspektrum $\mathcal{F}\{U_{Refl}\}$ des reflektierten Wellenpakets an einem Knochen-Wasser-Titan-Plattensystem (siehe Unterabschnitt 6.3) bei einer Dicke der Wasserschicht von $h = 650\,\mu\text{m}$ und den theoretischen Verlauf des für diese Materialkombination und Schichtdicke nach Gleichung 86 berechneten Betrags $|R|$ des Reflexionskoeffizienten im Vergleich.

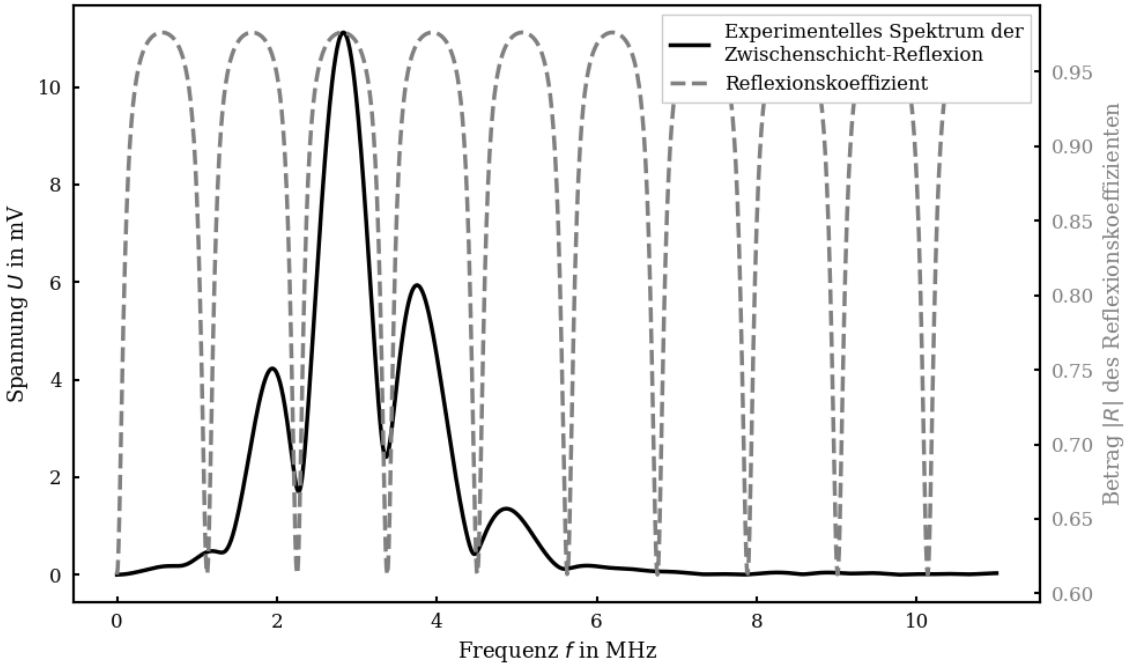


Abb. 3.14: Experimentell ermitteltes Spektrum der reflektierten Welle für ein Knochen-Wasser-Titan-System mit $h = 650\,\mu\text{m}$ (linke y-Achse) und Betrag $|R|$ des für selbiges System berechneten Reflexionskoeffizienten (rechte y-Achse)

Wie die Darstellung anschaulich zeigt, wird der Reflexionskoeffizient durch das Spektrum der einfallenden Welle gefenstert bzw. eingehüllt. Bestimmt man nun diese Einhüllende, so erhält man den Verlauf des Spektrums des einfallenden Wellenpakets multipliziert mit der Dämpfung im Schallweg der Reflexion, also den Verlauf von $g\,\mathcal{F}\{U_{Einfall}\}$. Das so ermittelte Produkt ist allerdings um einen konstanten Faktor verfälscht, denn das Maximum des Reflexionskoeffizienten liegt im Allgemeinen unter 1 (siehe auch Abbildung 3.10), sodass die einfallende Welle bei keiner Frequenz vollständig zurückreflektiert wird. Ein gewisser Teil des Spektrums der einfallenden Welle

wird also nicht mit erfasst und die absolute Amplitudeninformation von $g\,\mathcal{F}\{U_{Einfall}\}$ geht verloren. Folglich lässt sich der Reflexionskoeffizient dem Verlauf seines Betrags nach zwar rekonstruieren, seine absoluten Werte allerdings nicht.
Diese werden allerdings auch nicht zwingend benötigt, denn die Informationen über Schichtdicke und Eigenschaften lassen sich, wie in Unterabschnitt 3.3 diskutiert, alleine aus der Lage der Minima und der Form der spektralen Maxima gewinnen.
Aufgrund der fehlenden absoluten Amplitudeninformation ist eine Verwendung der Liquid-Spring-Näherung (Unterabschnitt 3.4.1) in der hier besprochenen medizinischen Anwendung selbst bei kleinen Schichtdicken nicht sinnvoll. Eine Verwendung des Time-of-Flight-Modells (Unterabschnitt 3.4.3) ist aufgrund der notwendigen zeitlichen Separation der reflektierten Wellenpakete bestenfalls im Bereich großer Schichtdicken möglich, ermöglicht aber keine Bestimmung in einem großen Schichtdickenintervall, wie es in diesem Fall verlangt wird (unter 500 µm bis ca. 2 mm). Das Resonanz-Modell (Unterabschnitt 3.4.2) hingegen kann, insbesondere da es sowohl bei Überlappung als auch bei zeitlicher Separation der Wellenpakete anwendbar ist, zur alleinigen Bestimmung der Schichtdicke durchaus Verwendung finden. Da jedoch auch eine Ermittlung der Materialparameter möglich sein soll, muss in diesem Anwendungsfall auf die allgemeine analytische Lösung (Gleichung 76 bzw. Gleichung 86) zurückgegriffen werden.

4. Erläuterungen zur Messmethodik

Die besonderen Herausforderungen (siehe Unterabschnitt 4.1) der speziellen medizinischen Anwendung des entwickelten Messprinzips erfordern ein besonderes Augenmerk auf die angewandten Messmethoden, also die Art des Vorgehens bei der praktischen Umsetzung des Messprinzips [45]. Die wichtigsten Aspekte zur Methodik werden in den folgenden Abschnitten im Detail erläutert.
Dabei wird insbesondere das Spannungsfeld sich teils widerstrebender Anforderungen an die angewandten Methoden herausgestellt.

4.1. Methodische Herausforderungen in Bezug auf die spezifische medizinische Anwendung

Im Vergleich zur technischen Anwendung des Messprinzips zur Bestimmung der Dicke von Schmierfilmen treten in der hier untersuchten medizinischen Anwendung eine Reihe zusätzlicher Limitationen auf, die die Anwendung zunächst erschweren:

- In technischen Zusammenhängen sind sowohl die Zwischenschicht selbst als auch die sie begrenzenden Materialien in aller Regel homogen und ihre Eigenschaften genau bekannt. Knochengewebe hingegen (auch die Substantia corticalis) weist einen stark inhomogenen Aufbau und große Schwankungen der mechanischen Eigenschaften auf (siehe Tabelle A.1 in Anhang A), die zudem noch individuell von Person zu Person variieren. Der Schall wird also einerseits je nach Person unterschiedlich stark gestreut und andererseits können über die Art des Gewebes in der Schicht zwischen Knochen und Implantat nur vage Aussagen getroffen werden (siehe Unterabschnitt 2.2).
- Während in der technischen Anwendung alle beteiligten Körper exakten geometrischen Formen mit bekannten Maßen entsprechen und zumeist eine geringe Oberflächenrauigkeit aufweisen, variiert der menschlichen Oberschenkelknochen in seiner Geometrie stark von Person zu Person und kann relativ starke Unebenheiten zeigen. Zudem ist die Dicke der Substantia corticalis individuell unterschiedlich (siehe Unterabschnitt 2.1).
- Dies geht damit einher, dass im Gegensatz zur Technik die Schichten nicht klar voneinander separiert sind, sondern eher „fließend“ ineinander übergehen. Teils können gar mineralisierte und demineralisierte Bereiche einander abwechseln (siehe Unterabschnitt 2.2).
- Während der Schall in der Technik direkt in Medium 1 des Dreischichtsystems

eingekoppelt werden kann, muss der Schall im menschlichen Oberschenkel zunächst durch die ebenfalls inhomogenen Schichten Haut, Fett- und Muskelgewebe [32] dringen, bevor er auf den Oberschenkelknochen trifft.

- Alle beteiligten Medien (Haut, Fett- und Muskelgewebe, aber auch die Substantia corticalis selbst) weisen aufgrund ihrer Inhomogenität eine um Größenordnungen höhere frequenzabhängige Dämpfung im Vergleich zu z. B. Aluminium auf (siehe Tabelle A.2 in Anhang A). Die Schallwelle muss also im Vergleich zur technischen Anwendung einerseits möglichst viel Energie enthalten und andererseits eine möglichst niedrige Frequenz aufweisen, sodass die Reflexionen an der Schicht noch messbar sind.
- Eine exakte Reproduzierbarkeit der Messung mit gleicher Position der Schalleinstrahlung und gleichen Umgebungsbedingungen ist in der Praxis nicht möglich, da beispielsweise das flexible Hautgewebe und der schwankende Wassergehalt des Gewebes dies verhindern. Trotzdem müssen Änderungen in der Knochen-Implantat-Schnittstelle zuverlässig erkannt und richtig gedeutet werden.

Diesen Herausforderungen konnte durch eine geschickte Wahl des Sendesignals (Unterabschnitt 4.2), des Schallwandlers (Unterabschnitt 4.3), der Art der Schalleinkopplung (siehe Unterabschnitt 4.4), der Messeinrichtung (Unterabschnitt 4.5) und der Signalverarbeitungsalgorithmik (Abschnitt 5) begegnet werden.

4.2. Wahl des Sendesignals und seiner Eigenschaften

Um an der Knochen-Implantat-Schnittstelle reflektiert werden zu können, muss der Schall bei Anregung außerhalb des Körpers zunächst Haut-, Fett- und Muskelgewebe [32] und anschließend die im Mittel ca. 5 mm dicke Substantia corticalis (siehe Unterabschnitt 2.1) durchdringen. Schließlich trifft er auf die Zwischenschicht aus nicht näher bestimmtem faserigem demineralisierten Gewebe (siehe Unterabschnitt 2.3). Die näherungsweise bekannten mechanischen und akustische Eigenschaften der beteiligten Gewebearten sind mit denen einiger technischer Materialien in Anhang A tabelliert. Daraus ergeben sich eine Reihe von teils gegensätzlichen Anforderungen, die das von einem Schallwandler in den Oberschenkel ausgesendete Wellenpaket erfüllen muss:

- Möglichst *kurz im Zeitbereich*, sodass die Mehrfachreflexionen innerhalb der Substantia corticalis zeitlich weit von der ersten Reflexion getrennt sind und die Signalauswertung nicht beeinträchtigen. Bei einer mittleren Dicke der Substantia corticalis von 5 mm liegt der zeitliche Abstand zweier Reflexionen innerhalb der Substantia corticalis nach Gleichung 103 mit $c = 3432\,\mathrm{m/s}$ (siehe Tabelle A.2) bei ca. 2.9 µs.

- Möglichst *hohe Frequenz*, sodass eine Bestimmung der Schichtdicke über die Minima im Spektrum möglich wird, da in diesem Fall keine Referenzmessung erforderlich ist (siehe Unterabschnitt 3.5). Nimmt man an, dass Schichtdicken bis 200 µm erkannt werden sollen und setzt man die Schallgeschwindigkeit von Wasser mit ca. 1460 m/s voraus (siehe Tabelle A.2; Schallgeschwindigkeit von Gewebe liegt dieser sehr nahe), so muss das Spektrum des Wellenpakets nach Gleichung 102 bis mindestens 3.65 MHz reichen.
- Möglichst *breitbandig*, sodass das Spektrum der Reflexion in einem größtmöglichen Bereich ausgewertet werden kann. Gleichzeitig sollte die Amplitude im Frequenzbereich möglichst flach abfallen und keine Nebenmaxima aufweisen.
- Möglichst *niedrige Frequenz*, da, wie in Unterabschnitt 3.5 beschrieben, alle beteiligten Gewebearten das Schallsignal mit zunehmender Frequenz stark dämpfen bzw. streuen. In der Knochenrinde sind insbesondere die feinen Porösitäten bis zu wenigen hundert Mikrometern (siehe Unterabschnitt 2.1) für eine Streuung verantwortlich.

Während die ersten drei Eigenschaften sich einander bedingen (kurzes Signal im Zeitbereich erfordert hohe Signalfrequenz und bewirkt analog zur Heisenberg'schen Unschärferelation in der Quantenmechanik ein breites Spektrum), begrenzt die zunehmende Dämpfung des Gewebes die Frequenz nach oben hin, damit wiederum die zeitliche Signallänge nach unten hin und das Spektrum in seiner Breite. Ein guter Kompromiss lag nach einigen experimentellen Vortests im Frequenzbereich um ca. 3 MHz Zentralfrequenz.
Als breitbandiges Signal mit flachem Abfall im Frequenzbereich fand eine Hanning-gefensterte einfache Sinusschwingung Verwendung (siehe Abbildung 4.1).

4.3. Wahl des Schallwandlers

Der Schallwandler hat die zentralen Aufgaben, das Schallwellenpaket, das von der Haut in Richtung Knochen-Implantat-Schnittstelle läuft, zu erzeugen und zudem das rücklaufende Wellenpaket zu erfassen. Er muss dabei in der Lage sein, ein vom Funktionsgenerator ausgesendetes Spannungssignal so in eine mechanische Auslenkung umzusetzen, dass die von ihm ausgehende Welle die in Unterabschnitt 4.2 gesetzten Spezifikationen erfüllt.
Hinzu kommt, dass im Hinblick auf die starke Dämpfung der durchlaufenen Gewebearten der Energieeintrag in das Gewebe möglichst hoch sein muss. Dies wird – neben einer hohen Leistung – dann erreicht, wenn die Schallkennimpedanz der auf dem Gewebe aufliegenden Schicht des Schallwandlers möglichst nahe an der von Hautgewebe liegt,

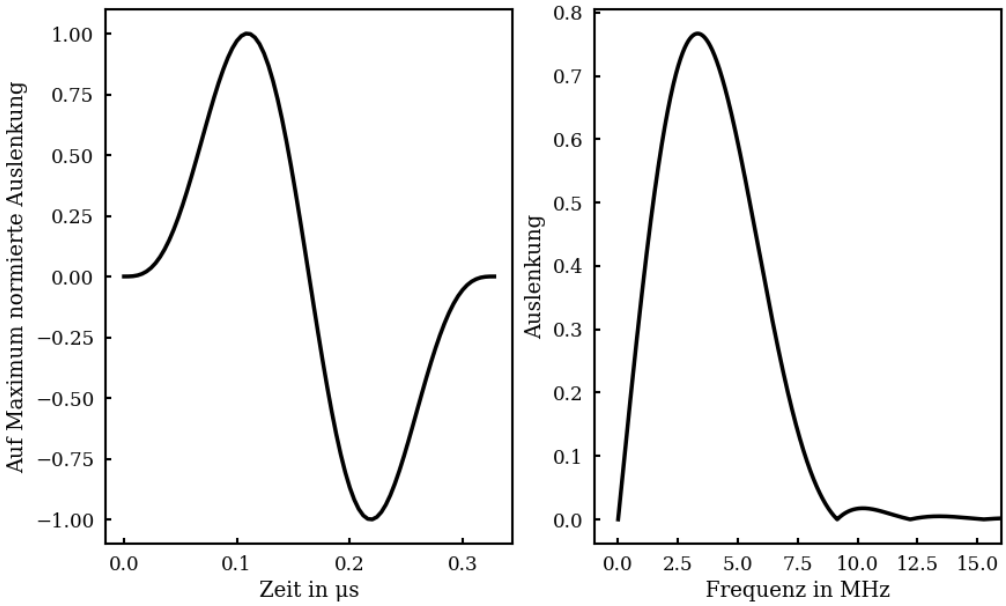


Abb. 4.1: Verwendetes Sendesignal (links) und sein Spektrum (rechts): Hanning-gefensterte 3 MHz-Sinusschwingung

der Reflexionskoeffizient nach Gleichung 50 also gegen 0 tendiert.
Zudem sollte die Fläche des Schallwandlers, die auf der Haut aufliegt, möglichst klein sein (deutlich kleiner als der mittlere Durchmesser der Markhöhle; Unterabschnitt 2.1), sodass der Schall trotz der Oberflächenunebenheiten näherungsweise senkrecht auf die Grenzfläche Knochen-Implantat auftrifft und der reflektierte Anteil wieder zum Schallwandler zurück gelangt und nicht seitlich abgeleitet wird.

Aufgrund dieses Anforderungsprofils wurde der Ultraschall-Prüfkopf *C384-SU* des Herstellers Olympus ausgewählt. Der Schallwandler (siehe Abbildung 4.2; Datenblatt in Anhang B) besitzt gemäß Herstellerspezifikationen eine Zentralfrequenz von 3.5 MHz und einen Durchmesser seiner aktiven Fläche von 6.35 mm. Experimentell zeigte sich, dass die Zentralfrequenz bei ca. 3 MHz liegt und damit genau bei der Frequenz, die in Unterabschnitt 4.2 als optimal ermittelt wurde. Zu beachten ist, dass sich die Frequenz des durch den Wandler ausgesendeten Wellenpakets bauartbedingt auch bei Anregung mit einem elektrischen Signal einer anderen Frequenz nicht nennenswert ändert.
Der Durchmesser der aktiven Fläche des Prüfkopfs ist der kleinstmögliche, der für einen solchen Prüfkopf erhältlich war. Im Vergleich zu einem Markhöhlendurchmesser von ca. 1.5 – 2.5 cm ist er deutlich kleiner, ein nahezu senkrechter Schalleinfall also

Abb. 4.2: Verwendeter Ultraschall-Prüfkopf *C384-SU* von Olympus

gewährleistet.
Als aktives Element, das das elektrische Signal in eine mechanische Auslenkung umsetzt bzw. umgekehrt die mechanische Auslenkung wieder in eine elektrische Spannung wandelt, kommt ein Piezokomposit-Material zum Einsatz, welches den piezoelektrischen Effekt nutzt. Durch den mehrschichtigen Aufbau aus einem Keramik-Polymer-Verbund wird im Vergleich zu einfachen Piezo-Keramiken eine deutlich effizientere Umwandlung von elektrischer Spannung in mechanische Auslenkung und umgekehrt erreicht.
Die Verbindungsschicht zwischen aktivem Element und aktiver Fläche ist aus einem Material mit einer Schallkennimpedanz nahe der von Wasser gefertigt, sodass der geforderte hohe Energieeintrag in das Untersuchungsobjekt erreicht wird [51].

4.4. Art der Schalleinkopplung

In der realen Anwendung wird der Ultraschall-Prüfkopf außen auf den menschlichen Oberschenkel aufgesetzt. Da Haut-, Muskel- und Fettgewebe eine ähnliche akustische Impedanz wie Wasser besitzen (siehe Tabelle A.2), ist die Energieeinkopplung hier sehr effizient möglich (Gleichung 50).
Auf die Verwendung von tierischem Haut-, Fett- und Muskelgewebe wurde hier aus hygienischen Gründen und zur Vereinfachung allerdings verzichtet. Stattdessen diente in allen Experimenten eine Koppelmatte aus dem Elastomer *Aqualene®* vom Hersteller Olympus als Ersatzmaterial. Aqualene® weist einerseits eine sehr ähnliche Schallgeschwindigkeit und Schallkennimpedanz wie flüssiges Wasser und organisches Gewebe auf und dämpft andererseits den Schall im Vergleich zu anderen Polymeren relativ schwach (siehe Tabelle A.2). Daher wird es in der Ultraschall-Bildgebung der

Medizin häufig als Koppelmedium verwendet. Die 6.35 mm dicke, flexible Schicht dient zusätzlich als Vorlaufstrecke, sodass die erste Reflexion an der Zwischenschicht zeitlich von der Störung durch den Schaltvorgang des Multiplexers (siehe Abbildung 5.1) separiert ist.
Zusätzlich wurden, um Lufteinschlüsse durch die teils rauen und unebenen Oberflächen zu verhindern, jeweils beide Seiten der Koppelmatte mit *Allround Lubricant AL-H* des Herstellers Weicon eingefettet.

4.5. Signalerzeugung und Messeinrichtung

Die für die Experimente (siehe Abschnitt 6) verwendete Messeinrichtung, nach DIN 1319 die Gesamtheit aller verwendeten Messgeräte und zusätzlicher Einrichtungen [45], ist in Abbildung 4.3 schematisch dargestellt. Das vom Schallwandler (*C 384-SU* von

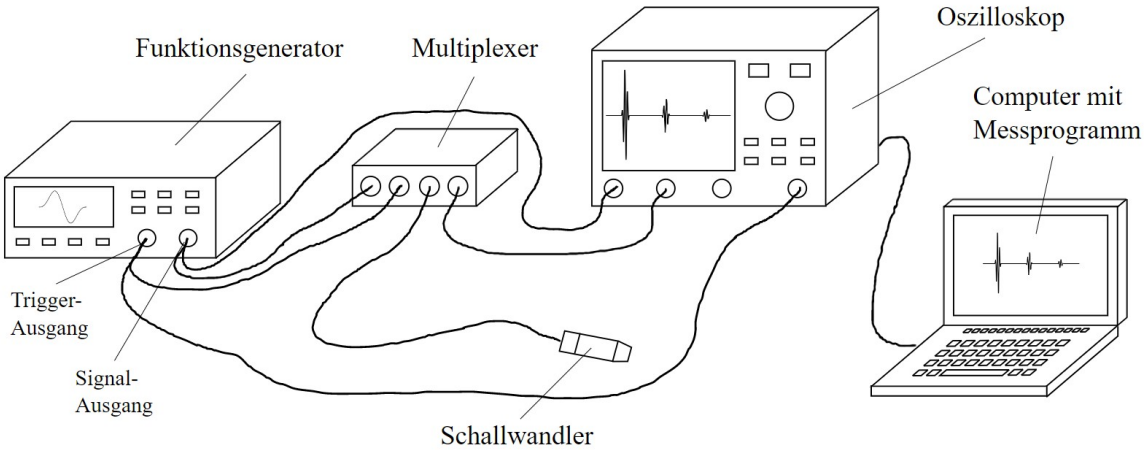


Abb. 4.3: Schematische Darstellung der Messeinrichtung

Olympus) benötigte Spannungssignal (siehe Unterabschnitt 4.2) wurde durch einen Funktionsgenerator vom Typ *33521A* des Herstellers Agilent Technologies erzeugt. Dabei wurde mit einer Amplitude von 10 V im Burst-Betrieb mit 10 ms Burst-Periode gearbeitet. Trigger- und Sendesignal wurden zum einen als Referenz auf ein Digital-Oszilloskop der Bauart *WaveRunner 604Zi* von Teledyne LeCroy gegeben und zum anderen in einen Multiplexer eingespeist. Dabei wurde für das Sendesignal ein 10:1-Tastkopf am Oszilloskop verwendet.
Der Multiplexer, welcher am Institut für Sensor- und Aktortechnik (ISAT) gefertigt wurde, schaltete bei steigender Flanke des Trigger-Impulses das Sendesignal des Funktionsgenerators auf den Schallwandler durch und bei fallender Flanke den Schallwandler auf das Oszilloskop. Durch diese elektrische Trennung des Funktionsgenerators von

Schallwandler und Oszilloskop während des Empfangsvorgangs war die am Oszilloskop gemessene Spannung – unabhängig vom Ohm'schen Widerstand des Schallwandlers – die tatsächlich am Wandler anliegende. Zudem wies das Empfangssignal am Oszilloskop eine deutlich größere Stabilität auf.
Sende- und Empfangssignal wurden am Oszilloskop 20-fach gemittelt und mit einem digitalen 2 Bit-Rauschfilter gefiltert. Anschließend wurden die Spannungssignale mithilfe eines am ISAT entwickelten Messprogramms über die Netzwerk-Schnittstelle des Oszilloskops auf einen Computer übertragen, auf dem schließlich die weitere Datenverarbeitung stattfand.

5. Datenverarbeitung und deren Automatisierung

Wie in Unterabschnitt 3.5 diskutiert, ist es im untersuchten Anwendungsfall nicht möglich, den Reflexionskoeffizienten direkt zu bestimmen und daraus Informationen über die Schichtdicke und ggf. Materialparamter der Zwischenschicht zu erhalten. Wohl aber kann das Amplitudenspektrum $\mathcal{F}\{U_{Refl,exp}\}$ der Zwischenschicht-Reflexion aus dem mit Schallwandler und Oszilloskop aufgenommenen Empfangssignal ermittelt werden. Dieses steht nach Gleichung 105 über $g\,\mathcal{F}\{U_{Einfall}\}$ in Verbindung mit dem Reflexionskoeffizienten R_{exp}. Kennt man $g\,\mathcal{F}\{U_{Einfall}\}$, so lässt sich umgekehrt für jede beliebige Schichtdicke und jeden beliebigen Materialparameter der Schicht das theoretische Spektrum $\mathcal{F}\{U_{Refl,theo}\}$ der Zwischenschicht-Reflexion nach

$$\mathcal{F}\{U_{Refl,theo}\} = R_{theo}\, g\, \mathcal{F}\{U_{Einfall}\} \tag{106}$$

berechnen. Durch Vergleich von $\mathcal{F}\{U_{Refl,theo}\}$ mit $\mathcal{F}\{U_{Refl,exp}\}$ mittels eines nichtlinearen Fits können exakt die Schichtdicke und die Werte der Materialparamter der Schicht gefunden werden, die bei der jeweiligen Messung vorlagen.

Bei Annahme zunächst bekannter Materialparamter wurden konkret folgende Schritte der Datenverarbeitung durchgeführt, um die unbekannte Schichtdicke durch Vergleich von $\mathcal{F}\{U_{Refl,theo}\}$ mit $\mathcal{F}\{U_{Refl,exp}\}$ zu erhalten:

1. Ermittlung des experimentellen Spektrums $\mathcal{F}\{U_{Refl,exp}\}$ der (überlappenden oder zeitlich getrennten) Reflexionen von Vorder- und Rückseite der Zwischenschicht mittels Fourier-Transformation
2. Bestimmung des Produkts $g\,\mathcal{F}\{U_{Einfall}\}$ aus Dämpfung im Schallweg der Reflexion und Spektrum des einfallenden Wellenpakets
3. Berechnung der theoretischen spektralen Verläufe des Reflexionskoeffizienten R für verschiedene Schichtdicken im erwarteten Schichtdickenintervall
4. Multiplikation (Fensterung) dieser Verläufe mit dem Spektrum des einfallenden Wellenpakets zur Ermittlung der theoretischen Spektren $\mathcal{F}\{U_{Refl,theo}\}$
5. Nichtlinearer Fit der theoretischen Spektren $\mathcal{F}\{U_{Refl,theo}\}$ an das experimentelle Spektrum $\mathcal{F}\{U_{Refl,exp}\}$ und Vergleich der spektralen Minima

Zur Datenauswertung wurde in der Programmiersprache *Python* ein Modul mit diversen Funktionen geschrieben, mit deren Hilfe die genannten Schritte bei gegebenem zeitlichen Verlauf der Reflexionen weitestgehend automatisiert ausgeführt werden können. Die Funktionen dieses Moduls sind, jeweils kommentiert, in Anhang C zu finden.
Die algorithmische Umsetzung der genannten Schritte wird in den nachstehenden

Unterabschnitten im Einzelnen aufgegriffen. Dabei werden als Beispiele die Messungen am Knochen-Wasser-Titan-Plattenaufbau mit den Schichtdicken $h = 219\,\mu\text{m}$ und $h = 419\,\mu\text{m}$ verwendet (siehe Unterabschnitt 6.3).

5.1. Ermittlung des experimentellen Spektrums der Zwischenschicht-Reflexion mittels Fourier-Transformation

Werden die mit dem Oszilloskop aufgenommenen Spannungssignale in eine zeitliche Darstellung gebracht, so zeigen sich diverse Ereignisse im Signalverlauf (siehe Abbildung 5.1). Nach dem Sendesignal, welches bei dieser Messung am Knochen-

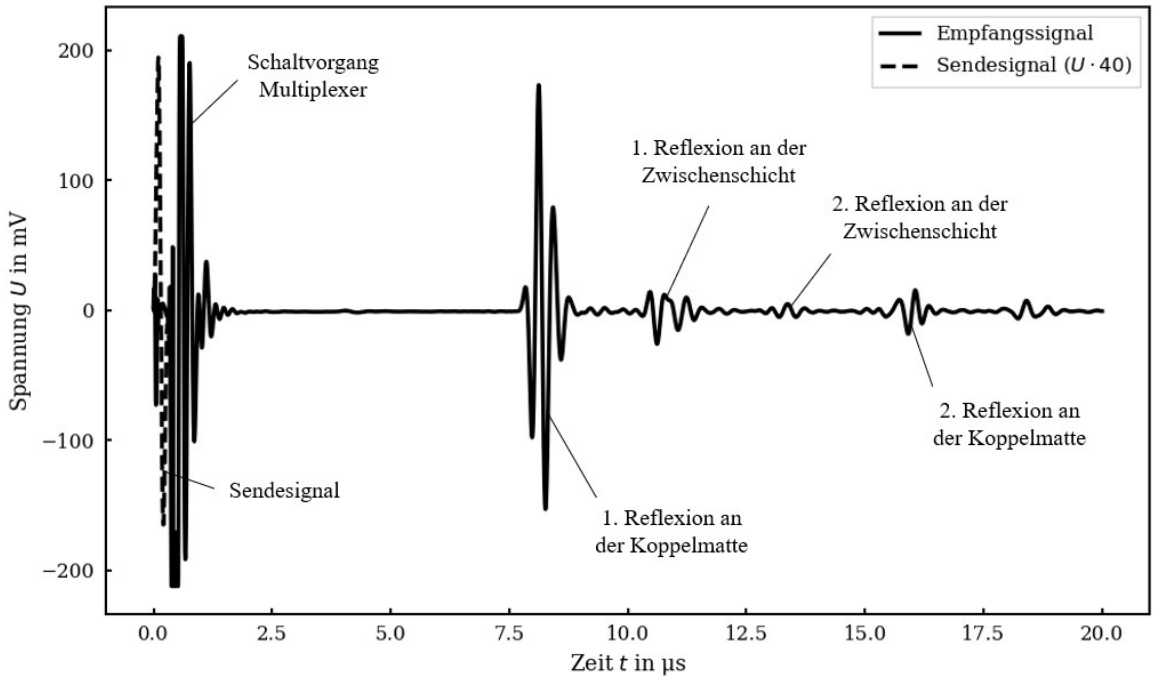


Abb. 5.1: Vom Oszilloskop aufgenommenes Sende- und Empfangssignal für ein Knochen-Wasser-Titan-Plattensystem mit $h = 219\,\mu\text{m}$ mit Interpretation der sichtbaren Ereignisse im Signalverlauf

Wasser-Titan-Plattenaufbau (siehe Unterabschnitt 6.3) mit um den Faktor 40 verringerter Spannung dargestellt ist, fällt eine starke Störung im Signalverlauf auf, die aus der elektromagnetischen Welle infolge des elektrischen Schaltvorgangs innerhalb des Multiplexers resultiert. Ca. 7.5 µs nach Beginn des Sendens erreicht zunächst die erste Reflexion von der Rückseite der verwendeten Koppelmatte den Schallwandler. Dann folgt die erste Reflexion an der Zwischenschicht, genauer gesagt die sichtbare Überlappung der Reflexionen an Vorder- und Rückseite der Zwischenschicht. Es folgt

eine weitere Reflexion an der Zwischenschicht (ein Teil der ersten Reflexion an der Zwischenschicht wird an der Grenzschicht Knochen-Koppelmatte in die Knochenplatte zurückreflektiert), ehe schließlich die zweite Reflexion an der Koppelmatte eintrifft. Bei größerer Dicke h der Zwischenschicht laufen die beiden Reflexionen von Vorder- und Rückseite der Zwischenschicht zeitlich auseinander.
Für die weitere Datenauswertung im Frequenzbereich ist nun nur die erste Reflexion an der Zwischenschicht maßgeblich, da deren Spektrum die Information über den Verlauf des Reflexionskoeffizienten enthält (siehe Unterabschnitt 3.5). Daher muss sie, bevor eine diskrete Fourier-Transformation durchgeführt werden kann, aus dem Signalverlauf extrahiert werden.
Um dies zu erreichen, wird die Einhüllende des Signals (siehe Abbildung 5.2) ermittelt, indem der Betrag des analytischen Signals über eine Hilbert-Transformation des Empfangssignals berechnet wird. Liegt die Einhüllende innerhalb des Zeitintervalls, in

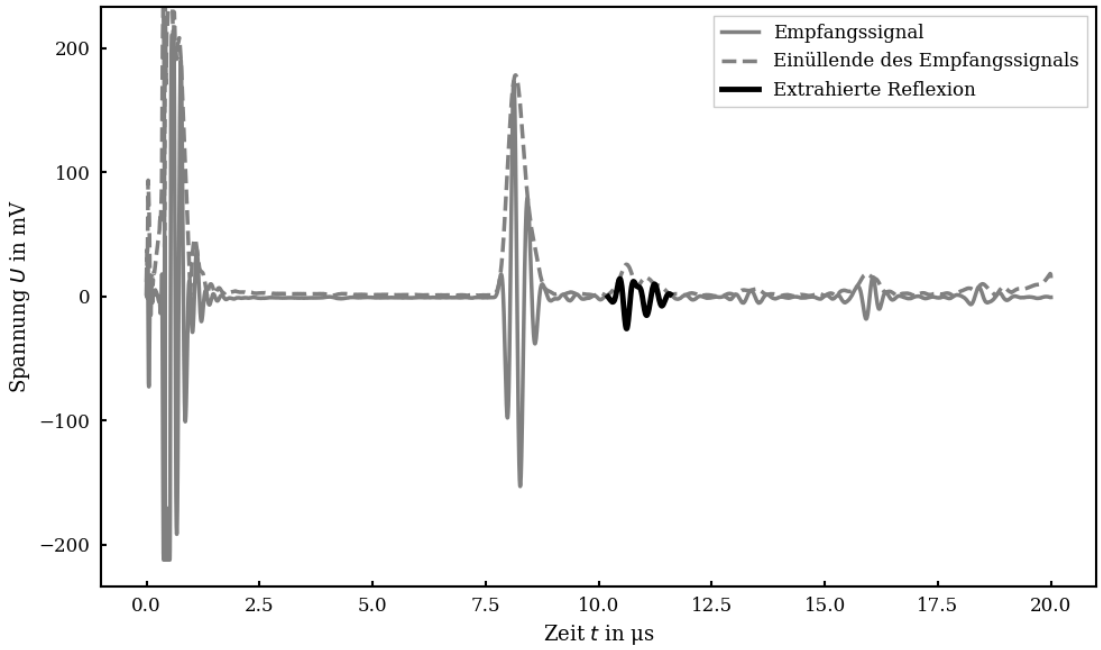


Abb. 5.2: Einhüllende des Empfangssignals und extrahierte Reflexion für ein Knochen-Wasser-Titan-Plattensystem mit $h = 219\,\mu\text{m}$

dem die Zwischenschicht-Reflexion erwartet wird, über einem bestimmten Spannungsniveau, so wird dieser Bereich (inklusive zeitlichem Puffer) als Zwischenschicht-Reflexion erkannt und aus dem Signalverlauf extrahiert (siehe Abbildung 5.2). Das extrahierte Wellenpaket wird nun mittels diskreter Fourier-Transformation in den Frequenzraum überführt (siehe Abbildung 5.3).

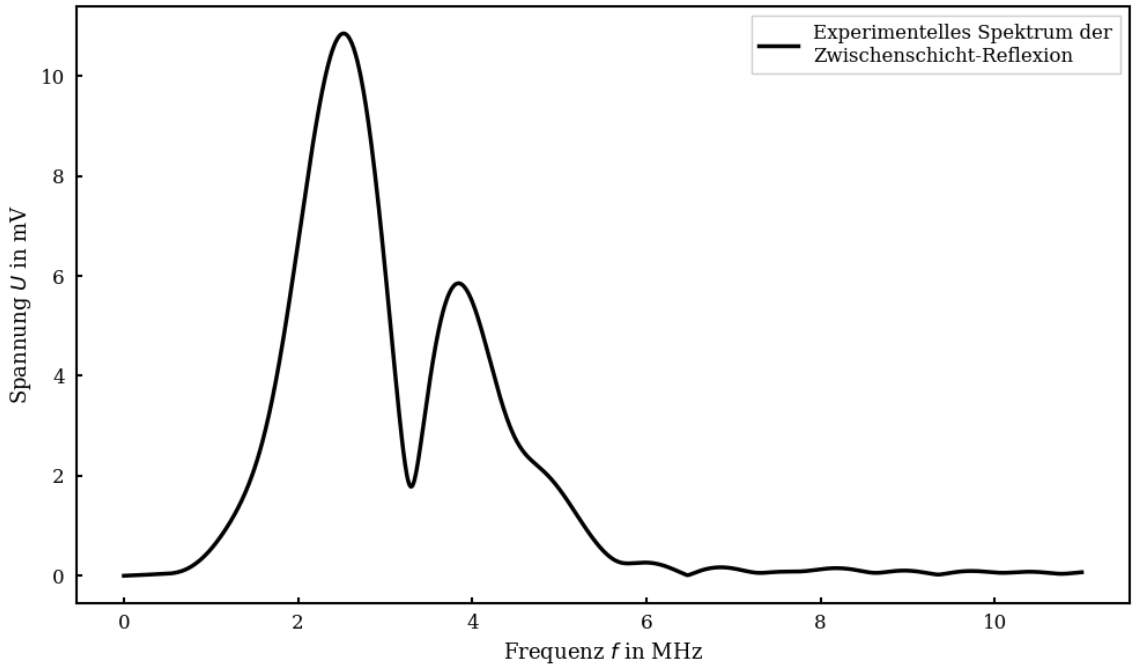


Abb. 5.3: Amplitudenspektrum $\mathcal{F}\{U_{Refl,exp}\}$ der extrahierten Reflexion an der Zwischenschicht für ein Knochen-Wasser-Titan-Plattensystem mit $h = 219\,\mu\text{m}$

5.2. Bestimmung des Produkts aus Dämpfung der Reflexion und Spektrum des einfallenden Wellenpakets

Um am Schluss das theoretische Spektrum der Zwischenschicht-Reflexion mit dem experimentellen vergleichen zu können und daraus Informationen über Schichtdicke und -zusammensetzung zu erhalten, wird das Produkt $g\,\mathcal{F}\{U_{Einfall}\}$ aus der Dämpfung im Schallweg der Reflexion und dem Spektrum des einfallenden Wellenpakets benötigt. Wie in Unterabschnitt 3.5 beschrieben, ergibt sich dieses bis auf einen konstanten Faktor als Einhüllende des Spektrums $\mathcal{F}\{U_{Refl,exp}\}$ der Reflexion an der Zwischenschicht. Da es sich, im Gegensatz zum Spannungssignal im Zeitbereich, nicht um ein periodisches Signal handelt, kann in diesem Fall allerdings keine Hilbert-Transformation zur Bestimmung der Einhüllenden verwendet werden.
Stattdessen wird der Ansatz gewählt, die Form der Einhüllenden, also eben jenes gesuchte Produkt aus Spektrum des Sendesignal und Dämpfung der Reflexion, mathematisch zu modellieren. Dabei muss berücksichtigt werden, dass das Frequenzspektrum des verwendeten Schallwandlers nicht exakt um die Zentralfrequenz normalverteilt ist, sondern eher einer rechtsschiefen Verteilung gleicht (siehe Anhang B). Hinzu kommt die frequenzabhängige Dämpfung, die einerseits zu einer Verschiebung der Zentralfrequenz

hin zu kleineren Frequenzen führt und andererseits – bei Annahme einer nichtlinearen Dämpfung – ebenfalls in einer Schiefe im Spektrum resultiert [52]. Daher findet eine *schiefe Normalverteilung* der Form

$$\left(g\,\mathcal{F}\{U_{Einfall}\}\right)(f) = \frac{2a}{b\sqrt{2\pi}}\,e^{-\frac{(f-f_0)^2}{2b^2}}\int_{-\infty}^{d\left(\frac{f-f_0}{b}\right)}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\,e^{-\frac{\eta^2}{2}}\,\mathrm{d}\eta \tag{107}$$

[53] zur Modellierung Verwendung. Die vierparametrige Verteilung besitzt neben dem Schiefeparameter d auch Parameter für die Amplitudenskalierung a, die Breite b und den Frequenzversatz f_0. Für $d = 0$ geht Gleichung 107 in die symmetrische Normalverteilung über.
Wie Abbildung 5.4 zeigt, ergibt sich für $d < 0$ eine linksschiefe und für $d > 0$ eine rechtsschiefe Normalverteilung. Um die vier unbekannten Parameter eindeutig zu

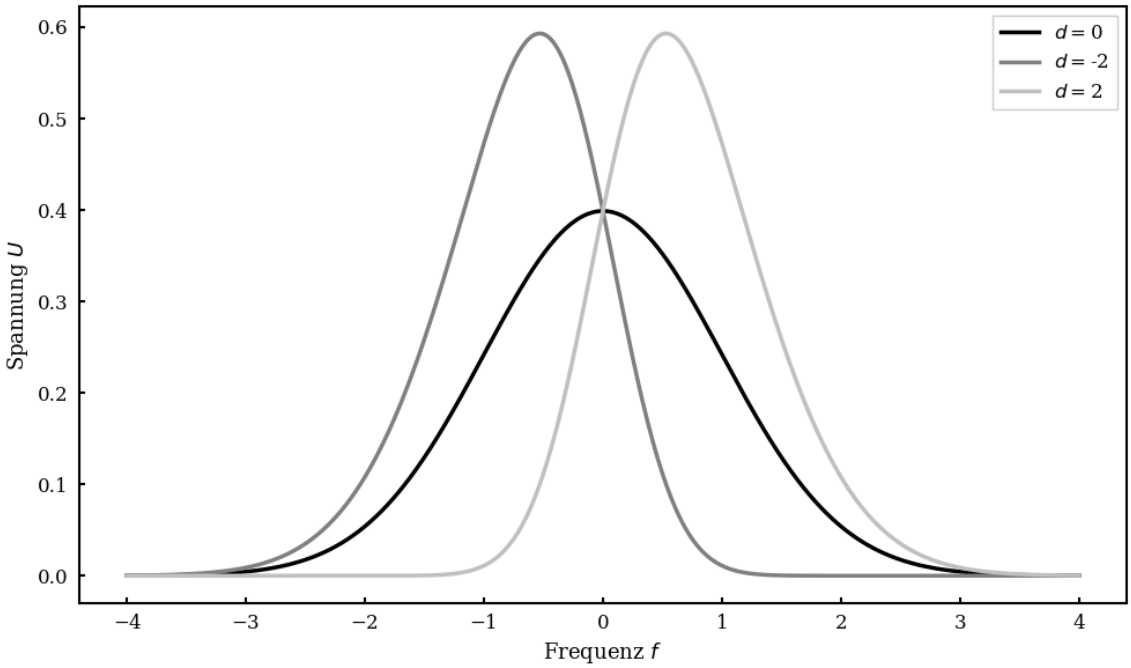


Abb. 5.4: Schiefe Normalverteilung nach Gleichung 107 in Abhängigkeit des Schiefeparameters d mit $a = 1$, $b = 1$ und $f_0 = 0$

bestimmen, werden mindestens vier Punkte aus dem Spektrum der Zwischenschicht-Reflexion benötigt. Als solche dienen die lokalen Maxima im Spektrum, die durch Vergleich des Werts jeweils eines Datenpunktes mit denen seiner nächsten Nachbarn ermittelt werden. Da für kleine Schichtdicken (nur wenige Minima im Spektrum) teils weniger als vier lokale Maxima auftreten, werden in diesem Fall noch weitere Punkte

auf der linken Flanke des Spektrums sowie der Koordinatenursprung als zusätzliche Stützpunkte hinzugezogen. Durch einen nichtlinearen Fit nach der Methode der kleinsten Quadrate werden nun die optimalen Parameter für Gleichung 107 ermittelt. Abbildung 5.5 zeigt das Ergebnis dieses Fits am Beispiel. Für den resultierenden

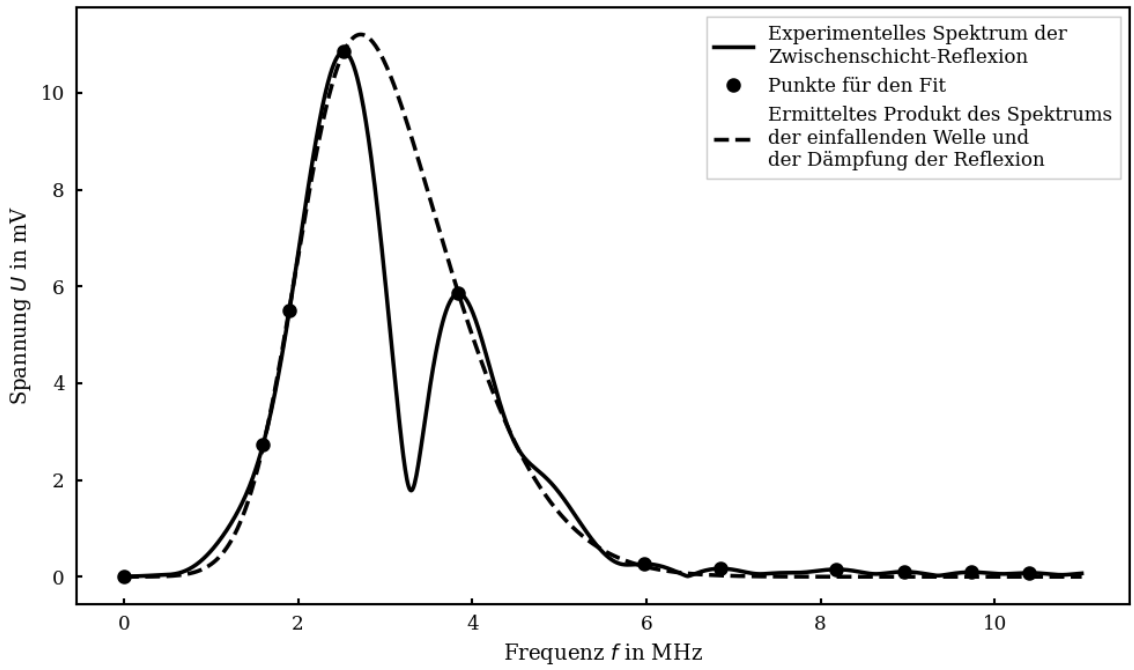


Abb. 5.5: Ermitteltes Produkt $g\,\mathcal{F}\{U_{Einfall}\}$ aus Dämpfung der Reflexion und Amplitudenspektrum des einfallenden Wellenpakets im Vergleich mit dem Spektrum der Zwischenschicht-Reflexion inklusive der Punkte für den Fit für ein Knochen-Wasser-Titan-Plattensystem mit $h = 219\,\mu\text{m}$

Verlauf des Produkts aus Dämpfung der Reflexion und Spektrum der einfallenden Welle ergibt sich in diesem Fall eine Schiefe von $d \approx 2.6$.

5.3. Berechnung der theoretischen Verläufe des Reflexionskoeffizienten im erwarteten Schichtdickenintervall

Im nächsten Schritt werden die theoretischen Verläufe des Betrags $|R|$ des Reflexionskoeffizienten für verschiedene Schichtdicken und Eigenschaften der Zwischenschicht berechnet. Kennt man die Eigenschaften aller beteiligten Medien im Dreischichtsystem und will lediglich die Dicke der Zwischenschicht bestimmen, so genügt es, ein Intervall zu definieren, in dem die gesuchte Schichtdicke voraussichtlich liegt. Der

frequenzabhängige Verlauf des Betrags $|R|$ des Reflexionskoeffizienten wird demnach über Gleichung 86 für die Schichtdicken im gegebenen Intervall mit einer festgelegten Schrittweite errechnet.

5.4. Fensterung der theoretischen Verläufe mit dem Spektrum des einfallenden Wellenpakets

Die im dritten Schritt (Unterabschnitt 5.3) berechneten Verläufe des Reflexionskoeffizienten $|R|$ werden nun auf das Intervall [0,1] normiert und mit dem Produkt $g\,\mathcal{F}\{U_{Einfall}\}$ aus Dämpfung der Reflexion und Spektrum des einfallenden Wellenpakets aus dem zweiten Schritt (Unterabschnitt 5.2) multipliziert („gefenstert“), sodass sich nach Gleichung 106 das theoretische Amplitudenspektrum $\mathcal{F}\{U_{Refl,theo}\}$ der Zwischenschicht-Reflexion ergibt. In Abbildung 5.6 ist ein solches am Beispiel gemeinsam mit dem zugehörigen Reflexionskoeffizienten dargestellt.

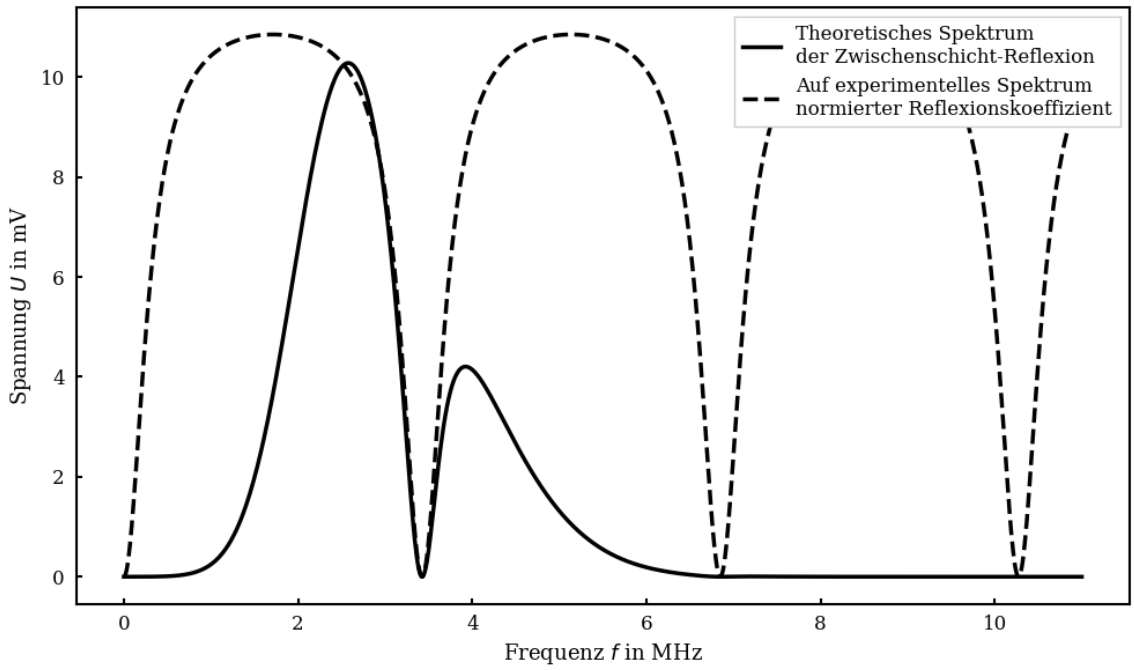


Abb. 5.6: Theoretisches Spektrum der Zwischenschicht-Reflexion und auf experimentelles Spektrum normierter Reflexionskoeffizient $|R|$ für ein Knochen-Wasser-Titan-Plattensystem mit $h = 219\,\mu\text{m}$

Die Normierung des Reflexionskoeffizienten auf das Intervall [0,1] wird aus den folgenden Gründen vorgenommen: Die obere Intervallgrenze liegt bei 1, um den in

Unterabschnitt 3.5 beschriebenen Fehler in der Amplitudeninformation des Produkts aus Dämpfung im Schallweg der Reflexion und Spektrum der ausgesendeten Welle teilweise zu kompensieren, der durch die Bestimmung über die Einhüllende des experimentellen Spektrums der Zwischenschicht-Reflexion entsteht. Die Wahl der unteren Intervallgrenze 0 hingegen ergibt sich aus in Unterabschnitt 6.5.1 im Detail diskutierten praktischen Ursachen.

5.5. Nichtlinearer Fit der theoretischen Spektren an das experimentelle Spektrum und Vergleich der Lage der Minima

Um die bei der jeweiligen Messung vorliegende Schichtdicke (bzw. vorliegenden Schichteigenschaften) zu ermitteln, werden im letzten Schritt die in Unterabschnitt 5.4 berechneten theoretischen Spektren der Zwischenschicht-Reflexion mit dem in Unterabschnitt 5.1 experimentell ermittelten Spektrum verglichen.
Dazu wird für alle berechneten theoretischen Spektren die Summe der quadrierten Abweichungen aller Datenpunkte zu denen des experimentellen Spektrums der Zwischenschicht-Reflexion gebildet und in Abhängigkeit des gesuchten Parameters, hier der Schichtdicke, aufgetragen (siehe Abbildung 5.7). Im sich ergebenden Ver-

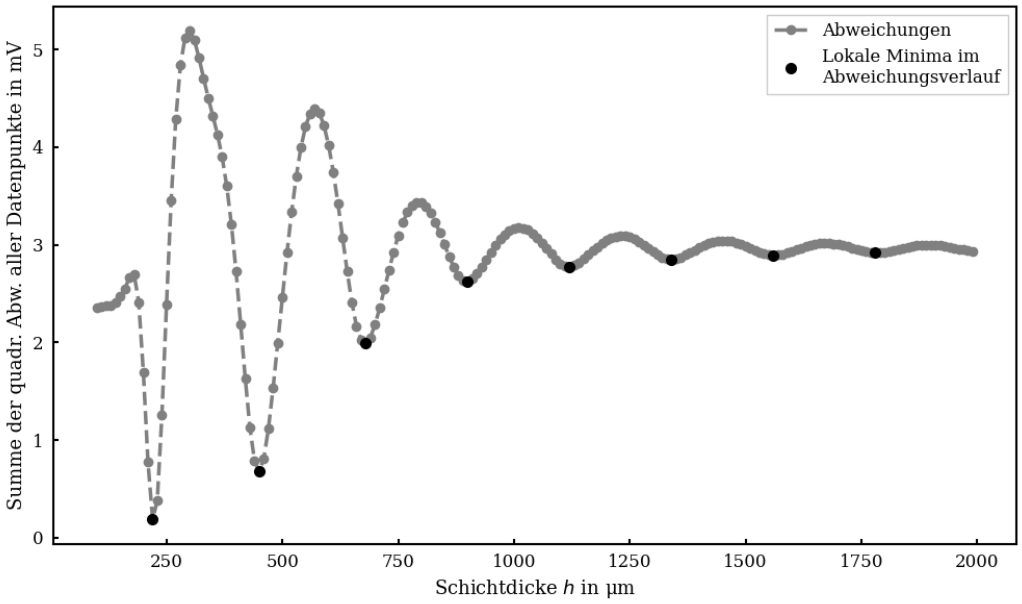


Abb. 5.7: Summe der quadrierten Abweichungen aller Datenpunkte der theoretischen Spektren zum experimentell ermittelten Spektrum der Zwischenschicht-Reflexion für ein Knochen-Wasser-Titan-Plattensystem mit $h = 219\,\mu\text{m}$

lauf der quadratischen Abweichungen in Abhängigkeit der Schichtdicke finden sich lokale Minima, die sich aufgrund der periodischen Form des Amplitudenspektrums des Reflexionskoeffizienten periodisch wiederholen. Im idealen Fall entspricht nun das globale Minimum im Abweichungsverlauf exakt der gesuchten Schichtdicke, da experimentelles und theoretisches Spektrum hier bestmöglich übereinstimmten. Im dargestellten Beispiel ist dies der Fall, wie aus Abbildung 5.8 hervorgeht und die gesuchte Schichtdicke damit gefunden.

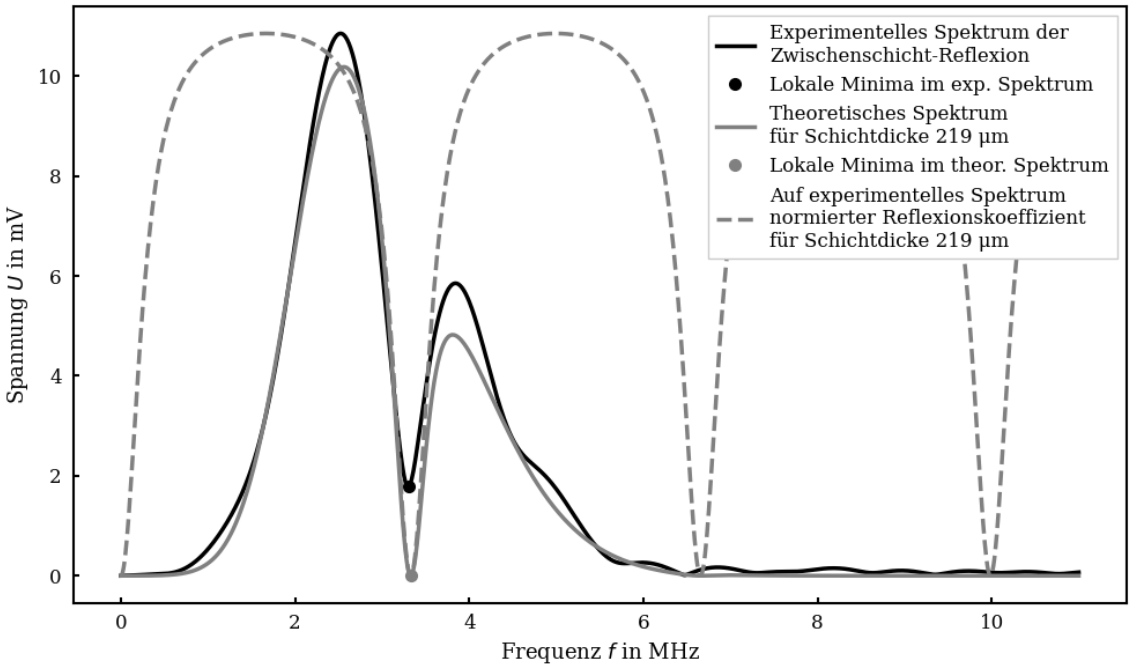


Abb. 5.8: Ergebnis des Fits für ein Knochen-Wasser-Titan-Plattensystem mit $h = 219\,\mu\text{m}$: experimentelles Spektrum und am besten damit übereinstimmendes theoretisches Spektrum der Zwischenschicht-Reflexion

Insbesondere im Bereich geringer Schichtdicken entspricht das globale Minimum im Abweichungsverlauf jedoch nicht in jedem Fall der gesuchten Schichtdicke, wobei die Ursache dafür in der ungenauen Nachbildung des Produkts aus Dämpfung der Reflexion und Spektrum des einfallenden Wellenpakets (siehe Unterabschnitt 5.2) zu finden ist. Beispielsweise ergibt sich bei einem Knochen-Wasser-Titan-Plattensystem mit Schichtdicke $h = 419\,\mu\text{m}$ der in Abbildung 5.9 dargestellte Verlauf der quadrierten Abweichungen zwischen theoretischem und experimentell ermitteltem Spektrum der Zwischenschicht-Reflexion. Das globale Minimum liegt hier bei 219 µm.
In Abbildung 5.10 wird schnell deutlich, dass dies nicht der gesuchten Schichtdicke entspricht.

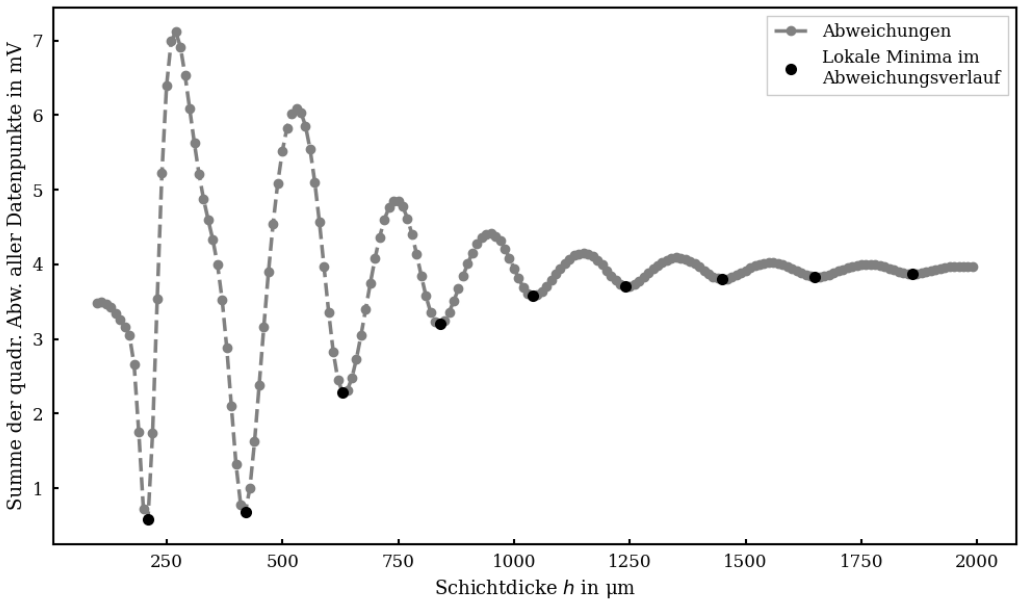


Abb. 5.9: Summe der quadrierten Abweichungen aller Datenpunkte der theoretischen Spektren zum experimentell ermittelten Spektrum der Zwischenschicht-Reflexion für ein Knochen-Wasser-Titan-Plattensystem mit $h = 419\,\mu\text{m}$

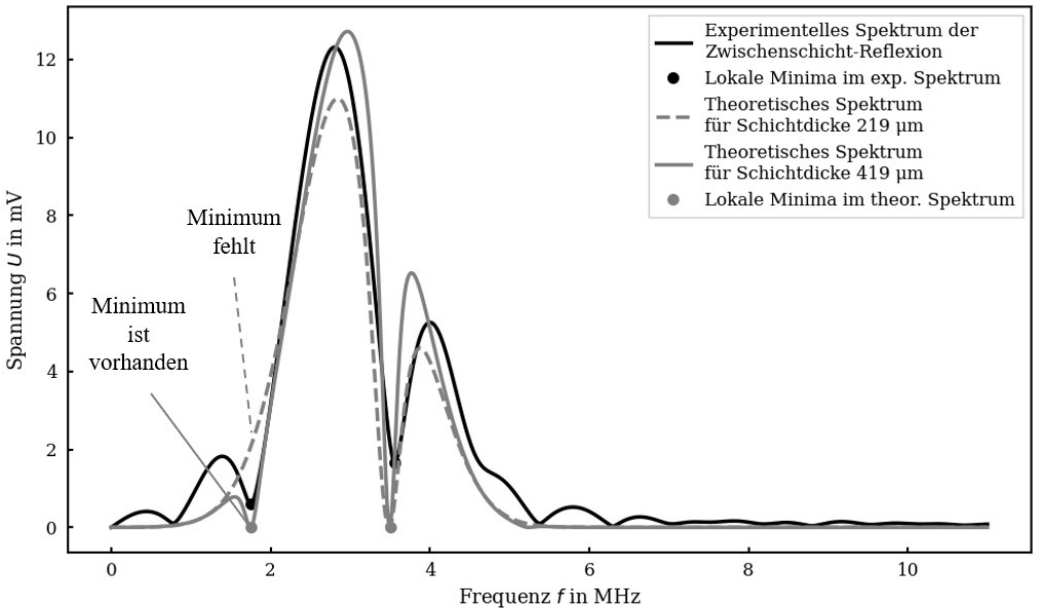


Abb. 5.10: Fit für ein Knochen-Wasser-Titan-Plattensystem mit $h = 419\,\mu\text{m}$: experimentelles Spektrum und theoretische Spektren für $h = 219\,\mu\text{m}$ und $h = 419\,\mu\text{m}$

Aufgrund dieser Problematik wird nach der Bestimmung des globalen Minimums im Abweichungsverlauf zusätzlich noch kontrolliert, ob die Minima in theoretischem und experimentellem Spektrum der Zwischenschicht-Reflexion näherungsweise an der gleichen Stelle liegen. Weicht die Position ab oder fehlen Minima, wie im in Abbildung 5.10 dargestellten Beispiel, so wird die dem globalen Minimum im Abweichungsverlauf zugeordnete Schichtdicke verworfen und das nächst nähere lokale Minimum im Abweichungsverlauf auf die Lage der spektralen Minima untersucht. In diesem Fall liegt es bei 419 µm. Da die Lage der Minima in beiden Spektren übereinstimmen, entspricht dies der tatsächlich gesuchten Schichtdicke.
Auf diese Weise werden alle lokalen Minima im Abweichungsverlauf solange getestet, bis die Lage der Minima in den Spektren zusammenfällt.

Analog dazu wäre – zusätzlich zur Bestimmung der Schichtdicke – theoretisch auch eine Ermittlung der Schallkennimpedanz der Schicht durch Vergleich von theoretischem und experimentellem Spektrum denkbar. Denn diese ändert, wie in Unterabschnitt 3.3 diskutiert, die Form der spektralen Maxima. Die sich dabei ergebende Problematik und mögliche Lösungsansätze dazu werden in Abschnitt 8 vorgestellt.

6. Experimentelle Ergebnisse und Diskussion

Das in Abschnitt 3 hergeleitete Messprinzip und die auf Grundlage von Abschnitt 2 gewählten und in Abschnitt 4 und Abschnitt 5 vorgestellten Messmethoden führen in ihrer Kombination zu einem vollständigen Messverfahren für den zu untersuchenden Anwendungsfall [45].
In den folgenden Unterabschnitten werden die Ergebnisse bei der Anwendung dieses Verfahrens auf drei idealisierte Testaufbauten und ein realitätsnahes Knochen-Implantat-System zunächst nur vorgestellt. Anschließend werden sie in Unterabschnitt 6.5 gemeinsam diskutiert, wobei die Diskussion thematisch gegliedert ist.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde das entwickelte Verfahren zunächst nur im Hinblick auf die Quantifizierung der Dicke der Zwischenschicht experimentell untersucht. Eine experimentelle Validierung der Eignung eines entsprechend angepassten Verfahrens für die Erkennung einer Änderung der Schichteigenschaften (z. B. bei Biofilmbildung) bleibt zukünftigen Arbeiten vorbehalten (siehe Abschnitt 8).

Im Vergleich verschiedener im menschlichen Körper vorkommender demineralisierter Gewebearten mit den mechanischen und akustischen Eigenschaften von Wasser (siehe Anhang A) wird deutlich, dass die Werte für Dichte, Schallgeschwindigkeit und Schallkennimpedanz relativ nah beieinander liegen. Auch wenn die genauen Eigenschaften des Gewebes in der Grenzschicht zwischen Knochen und Implantat nicht näher bekannt sind, so ist doch davon auszugehen, dass diese in einem ähnlichen Bereich wie die von Haut, Muskel- und Fettgewebe und damit auch Wasser liegen. Daher fand im Rahmen dieser Arbeit stets Wasser als Spaltmedium Verwendung.

6.1. Planares Aluminium-Wasser-Aluminium-System

Um die Funktionsweise des entwickelten Messverfahrens grundsätzlich zu testen, wurde zunächst ein möglichst idealer Versuchsaufbau aus einem ebenen Aluminium-Wasser-Aluminium-Dreischichtsystem gewählt, der dem hier untersuchten Anwendungsfall noch relativ fern, dafür aber der in der Literatur bereits untersuchten technischen Anwendung relativ nah ist.

Versuchsaufbau

Den konkreten Aufbau zeigt Abbildung 6.1. Das Dreischichtsystem bestand hier aus zwei planen Aluminiumplatten mit 10 mm Dicke (obere Platte) bzw. 20 mm Dicke

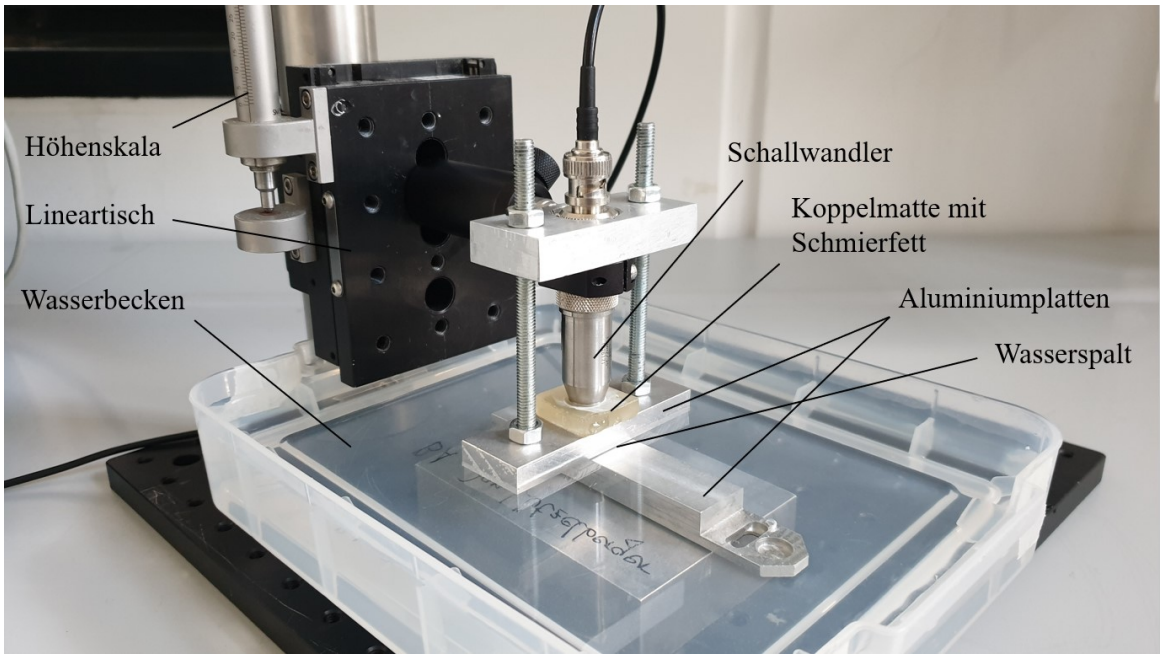


Abb. 6.1: Aluminium-Wasser-Aluminium-Plattenaufbau

(untere Platte) und einem dazwischen befindlichen Wasserspalt. Der Schallwandler war in einer Halterung fixiert und über die beidseitig mit *Allround Lubricant* eingefettete Koppelmatte mit der oberen Aluminiumplatte verbunden. Über zwei Schrauben ließ sich der Wandler leicht an die Aluminiumplatte anpressen, sodass keine Lufteinschlüsse zwischen Wandler und Koppelmatte sowie Koppelmatte und Aluminiumplatte auftraten.
Die Halterung des Schallwandlers wiederum war mit einem vertikal verstellbaren Lineartisch verbunden, sodass verschiedene Dicken der Wasserschicht eingestellt werden konnten. Der Lineartisch vom Typ Newport *M-433* war dabei an einer Skala bis auf 5 µm genau einstellbar.

Ergebnisse

Nacheinander wurden mit dem Lineartisch verschiedene Schichtdicken in Intervall von 0 µm bis 2 mm eingestellt und jeweils eine Messung, wie in Unterabschnitt 4.5 beschrieben, mit Oszilloskop und Messprogramm durchgeführt. Diese wurde anschließend mit dem in Abschnitt 5 vorgestellten Algorithmus ausgewertet. Zur Berechnung der theoretischen Verläufe des Reflexionskoeffizienten fanden die Materialparameter aus Tabelle A.1 und Tabelle A.2 Anwendung.

Für jede eingestellte Schichtdicke sind in Unterabschnitt D.1 das aufgenommene Empfangssignal inklusive des ermittelten Intervalls für die Fourier-Transformation sowie das experimentelle Spektrum der Zwischenschicht-Reflexion im Vergleich mit dem am besten übereinstimmenden theoretischen Spektrum und der zugehörigen Schichtdicke dargestellt. Konnte kein passendes theoretisches Spektrum ermittelt werden, so ist nur das experimentelle dargestellt.

Tabelle 6.1 stellt die eingestellten Schichtdicken h_{Stell} und die durch den Algorithmus ermittelten Schichtdicken h kompakt gegenüber.

Tab. 6.1: Am Aluminium-Wasser-Aluminium-Plattenaufbau eingestellte und durch das Messverfahren ermittelte Schichtdicken

Eingestellte Schichtdicke µm	**Ermittelte Schichtdicke** µm	**Eingestellte Schichtdicke** µm	**Ermittelte Schichtdicke** µm
0	-	600	410
50	-	650	460
100	-	700	510
150	-	750	550
200	-	800	600
250	-	850	640
300	-	900	700
350	170	950	750
400	210	1000	790
450	260	1500	1280
500	320	2000	-
550	360		

Insgesamt konnten über das entwickelte Messverfahren am Aluminium-Wasser-Aluminium-Plattensystem Schichtdicken in einem Bereich von 170 µm bis 1280 µm erkannt werden, wobei die Abweichung $\Delta h = h_{Stell} - h$ zu der am Lineartisch eingestellten Schichtdicke mit zunehmender Schichtdicke zunahm und mit bis zu $\Delta h = 220\,\mu m$ bei $h_{Stell} = 1500\,\mu m$ recht deutlich ausfiel (siehe Unterabschnitt 6.5.1).
Wie die Abbildungen in Unterabschnitt D.1 zeigen, änderte sich im Bereich von $h_{Stell} = 0\,\mu m$ bis einschließlich $h_{Stell} = 300\,\mu m$ weder das Emfangssignal noch dessen Spektrum sichtlich, wohingegen sich bei den folgenden Schichtdicken jeweils deutliche Änderungen in Zeitsignal und Spektrum zeigen und auch Minima auftreten, sodass ab $h_{Stell} = 350\,\mu m$ eine Schichtdicke zuverlässig bestimmt werden konnte. Ab etwa $h_{Stell} = 900\,\mu m$ ist deutlich zu erkennen, wie sich Reflexion an Vorder- und Rückseite

der Wasserschicht im Zeitbereich voneinander trennten. Lediglich für die größte eingestellte Schichtdicke, $h_{Stell} = 2000\,\mu\text{m}$, konnte keine Schichtdicke ermittelt werden (siehe Unterabschnitt 6.5.2).
Insgesamt fällt auf, dass die spektralen Minima in keinem Fall bei oder auch nur nahe $U = 0\,\text{V}$ liegen (siehe Unterabschnitt 6.5.3), obgleich dies von der Theorie eigentlich gefordert wird, da der Reflexionskoeffizient bei gleichen Medien auf beiden Seiten der Zwischenschicht in seinen Minima bis auf 0 abfällt (siehe Unterabschnitt 3.3).

6.2. Zylindrisches Aluminium-Wasser-Aluminium-System

Im realen Anwendungsfall weisen Knochen und Prothesenschaft keine planen, sondern gekrümmte Oberflächen auf. An solchen wird ein erheblich kleinerer Teil des Schalls direkt zum Schallwandler zurückreflektiert. Stattdessen treten Brechungseffekte und nicht senkrechte Reflexionen (siehe Unterabschnitt 3.1.4) auf, die einen großen Anteil der in das Dreischichtsystem eingekoppelten Schallenergie für die Auswertung nicht nutzbar machen. Hinzu kommt, dass durch die Krümmung der Weg des in der Mitte des Schallwandlers ausgesendeten Teils der Schallwelle kürzer ist als der des am Rand des Schallwandlers ausgesendeten Teils der Welle. Damit ist der Verlauf der mit dem Schallwandler aufgenommenen Reflexionen im Zeit- und Frequenzbereich deutlich unsauberer zu erwarten.
Am Aluminium-Wasser-Aluminium-Zylinderaufbau sollte daher untersucht werden, wie ideal gekrümmte Oberflächen die Anwendung des Messverfahrens beeinflussen.

Versuchsaufbau

Den Aufbau des gekrümmten Aluminium-Wasser-Aluminium-Systems zeigt Abbildung 6.2. Der Aufbau bestand aus einem Aluminiumkegel, der als Morsekegel MK2 nach DIN 228 ausgeführt wurde. Diese fordert ein Kegelverhältnis von 1:20.020 bei einem maximalen Schaftdurchmesser von 17.981 mm. Hinzu kam ein korrespondierender Hohlzylinder mit Außendurchmesser 26 mm, der in Messhöhe eine Wandstärke von etwa 4.5 mm besaß.
Der Kegel konnte mithilfe eines vertikalen Lineartisches aus dem Zylinder stufenlos aus- und eingefahren werden, sodass sich definierte Spaltbreiten zwischen Kegel- und Zylinderoberfläche einstellen ließen. Die Schalleinkopplung erfolgte analog zu Unterabschnitt 6.1 über eine eingefettete Koppelmatte. Der Schallwandler wurde über eine Halterung an den Aluminiumzylinder angepresst.
Um die erforderliche Wasserschicht zwischen Kegel- und Zylinderoberfläche zu erzeugen, wurde mithilfe einer Spritze des Typs *Omnifix-F Luer* mit Kanüle *Sterican* von B. Braun Wasser in den Spalt zwischen den Oberflächen eingefüllt.

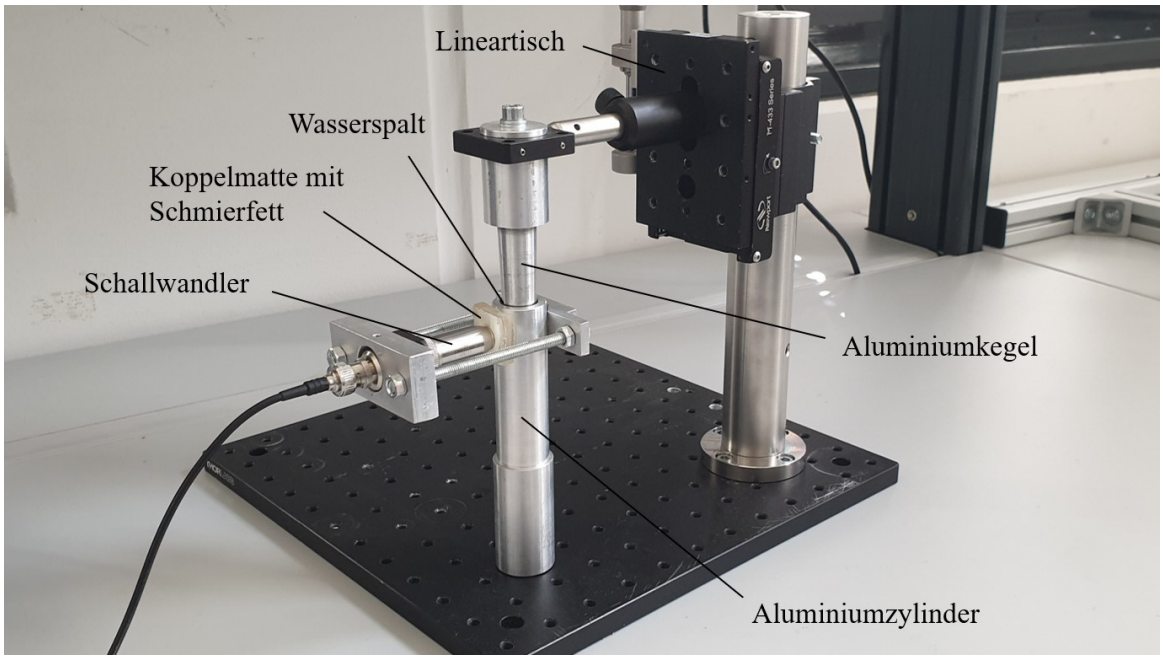


Abb. 6.2: Aluminium-Wasser-Aluminium-Zylinderaufbau

Ergebnisse

Mit dem Lineartisch wurden verschiedene Schichtdicken in Intervall von 0 µm bis 1 mm eingestellt. Dabei wurde der Spalt zwischen Kegel und Zylinder mithilfe der Spritze bei einer Schichtdicke von 1 mm vollständig mit Wasser gefüllt und die Schichtdicke anschließend stufenweise verringert, sodass sichergestellt werden konnte, dass der Spalt stets vollständig mit Wasser gefüllt war. Bei jeder eingestellten Schichtdicke wurde jeweils eine Messung, wie in Unterabschnitt 4.5 beschrieben, mit Oszilloskop und Messprogramm durchgeführt. Diese wurde anschließend mit dem in Abschnitt 5 vorgestellten Algorithmus ausgewertet. Zur Berechnung der theoretischen Verläufe des Reflexionskoeffizienten fanden erneut die Materialparameter aus Tabelle A.1 und Tabelle A.2 Anwendung.

Für jede eingestellte Schichtdicke sind in Unterabschnitt D.2 das aufgenommene Empfangssignal inklusive des ermittelten Intervalls für die Fourier-Transformation sowie das experimentelle Spektrum der Zwischenschicht-Reflexion im Vergleich mit dem am besten übereinstimmenden theoretischen Spektrum und der zugehörigen Schichtdicke dargestellt. Konnte kein passendes theoretisches Spektrum ermittelt werden, so ist nur das experimentelle dargestellt.

Tabelle 6.2 stellt die eingestellten Schichtdicken h_{Stell} und die durch den Algorithmus ermittelten Schichtdicken h kompakt gegenüber.

Tab. 6.2: Am Aluminium-Wasser-Aluminium-Zylinderaufbau eingestellte und durch das Messverfahren ermittelte Schichtdicken

Eingestellte Schichtdicke µm	**Ermittelte Schichtdicke** µm	**Eingestellte Schichtdicke** µm	**Ermittelte Schichtdicke** µm
0	-	550	580
50	-	600	630
100	-	650	-
150	160	700	-
200	210	750	-
250	270	800	-
300	330	850	-
350	379	900	-
400	419	950	-
450	470	1000	-
500	-		

An diesem Aufbau konnten Schichtdicken in einem Bereich von 160 µm bis 630 µm (mit Ausnahme der Schichtdicke bei $h_{Stell} = 500\,\mu m$) erkannt werden, wobei die Differenz Δh betragsmäßig deutlich geringer als am Aluminium-Wasser-Aluminium-Plattenaufbau (siehe Unterabschnitt 6.1) ausfiel. Im Gegensatz zu diesem nahm Δh in der Tendenz mit zunehmender Schichtdicke ab.
Betrachtet man die Darstellungen in Unterabschnitt D.2, so zeigt sich im Allgemeinen, dass die Reflexionen an der Zwischenschicht hier deutlich schwächer als am Aluminium-Wasser-Aluminium-Plattenaufbau ausgeprägt waren. Ähnlich zu diesem, änderten sich Empfangssignal und Spektrum bei den kleinsten drei eingestellten Schichtdicken zunächst nicht. Bei den nächstgrößeren Schichtdicken sind jeweils Minima und Maxima im Spektrum sichtbar, allerdings liegen diese noch weiter von ihrem theoretischen Wert 0 entfernt als beim Plattensystem. Grundsätzlich weisen die Spektren eine stärkere Welligkeit als die am Plattensystem aufgenommenen auf und weichen daher im Verlauf auch sichtlich stärker von den zugehörigen theoretischen Spektren ab (siehe Unterabschnitt 6.5.3). Bei $h_{Stell} = 500\,\mu m$ fehlen eindeutig zuordenbare Minima in den Spektren gänzlich, sodass eine Schichtdickenermittlung nicht mehr möglich war.

6.3. Planares Knochen-Wasser-Titan-System

In einem weiteren Aufbau sollten nun weitestgehend die realen Materialien und Größenverhältnisse, aber zugleich ideale geometrische Formen Verwendung finden.

Versuchsaufbau

Der Knochen-Wasser-Titan-Aufbau ähnelte daher, wie in Abbildung 6.3, dargestellt, dem Aluminium-Aluminium-Plattenaufbau. Statt Aluminiumplatten wurden hier al-

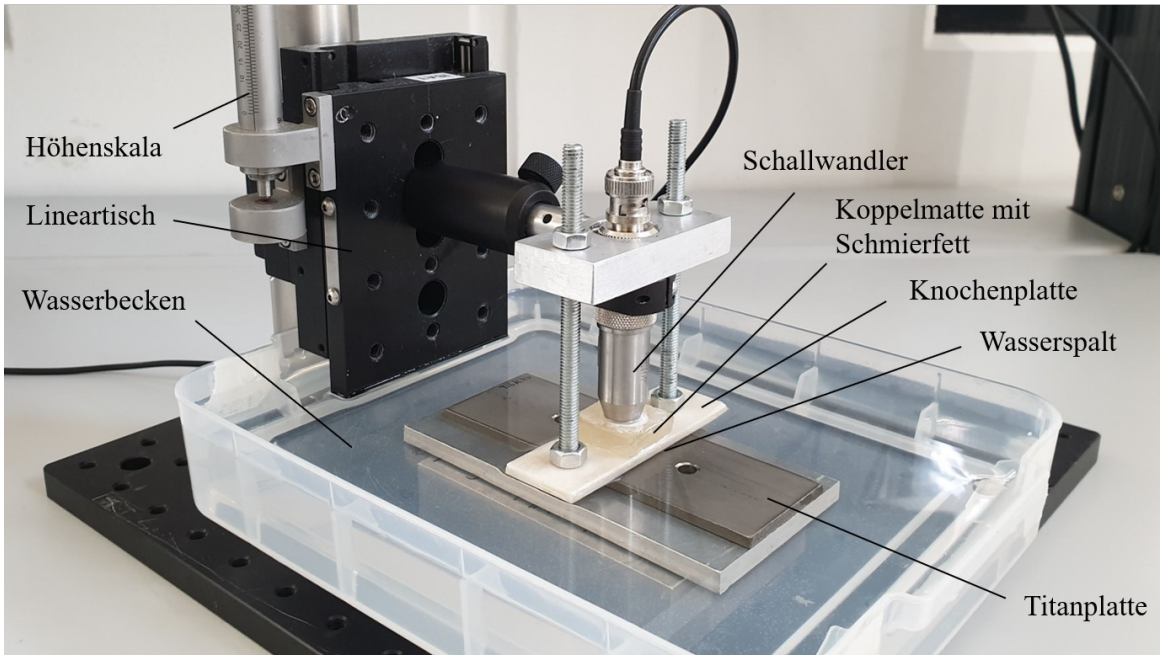


Abb. 6.3: Knochen-Wasser-Titan-Plattenaufbau

lerdings eine Platte aus gereinigtem und gebleichtem Wasserbüffelknochen mit Dicke 4 mm sowie eine 6 mm dicke Platte aus einer Titan-Aluminium-Vanadium-Legierung (Ti Al6 V4) verwendet. Diese Legierung wird häufig für nicht-zementierte Hüftprothesenschäfte verwendet (siehe Unterabschnitt 2.2).
Die Dicke der Knochenplatte lag genau in der Größenordnung, in der auch die Substantia corticalis beim menschlichen Oberschenkelknochen liegt.

Ergebnisse

Mit dem Lineartisch wurden verschiedene Schichtdicken in Intervall von 0 µm bis 2 mm eingestellt und jeweils eine Messung, wie in Unterabschnitt 4.5 beschrieben, mit

Oszilloskop und Messprogramm durchgeführt. Diese wurde anschließend mit dem in Abschnitt 5 vorgestellten Algorithmus ausgewertet. Zur Berechnung der theoretischen Verläufe des Reflexionskoeffizienten fanden wiederum die Materialparameter aus Tabelle A.1 und Tabelle A.2 Anwendung.

Für jede eingestellte Schichtdicke sind in Unterabschnitt D.3 das aufgenommene Empfangssignal inklusive des ermittelten Intervalls für die Fourier-Transformation sowie das experimentelle Spektrum der Zwischenschicht-Reflexion im Vergleich mit dem am besten übereinstimmenden theoretischen Spektrum und der zugehörigen Schichtdicke dargestellt. Konnte kein passendes theoretisches Spektrum ermittelt werden, so ist nur das experimentelle dargestellt.

Tabelle 6.3 stellt die eingestellten Schichtdicken h_{Stell} und die durch den Algorithmus ermittelten Schichtdicken h kompakt gegenüber.

Tab. 6.3: Am Knochen-Wasser-Titan-Plattenaufbau eingestellte und durch das Messverfahren ermittelte Schichtdicken

Eingestellte Schichtdicke µm	**Ermittelte Schichtdicke** µm	**Eingestellte Schichtdicke** µm	**Ermittelte Schichtdicke** µm
0	-	600	560
50	-	650	610
100	160	700	650
150	170	750	700
200	179	800	750
250	219	850	799
300	270	900	850
350	320	950	900
400	369	1000	940
450	419	1500	1429
500	459	2000	1919
550	510		

Am planaren Knochen-Wasser-Titan-System konnten Schichtdicken in einem Bereich von 160 µm bis 1919 µm erkannt werden, wobei die Abweichung Δh mit maximal $\Delta h =$ 81 µm deutlich geringer als am Aluminium-Wasser-Aluminium-Plattenaufbau (siehe Unterabschnitt 6.1) ausfiel, allerdings hier wie am Aluminium-Wasser-Aluminium-Plattenaufbau mit zunehmender Schichtdicke zunahm.
Die Abbildungen in Unterabschnitt D.4 zeigen, dass die experimentellen Spektren

am Knochen-Wasser-Titan-Plattensystem ab $h_{Stell} = 200\,\mu m$ eindeutige Minima aufweisen, die auch deutlich stärker hervortreten als dies bei den beiden untersuchten Aluminiumsystemen der Fall ist. Bereits ab $h_{Stell} = 500\,\mu m$ ist die beginnende zeitliche Trennung der Reflexionen an Vorder- und Rückseite der Zwischenschicht zu erkennen. Eindeutig ist zudem zu sehen, dass experimentelle und theoretische Spektren hier besser übereinstimmen als bei den beiden Aluminiumsystemen.
Insgesamt konnten am Knochen-Wasser-Titan-Plattensystem also die besten Ergebnisse erzielt werden, obgleich damit im Vorfeld ob der raueren Oberfläche der Knochenplatte und deren stärkerer Dämpfung im Vergleich zu Aluminium nicht unbedingt zu rechnen war.

6.4. Realitätsnahes Knochen-Implantat-System

Zuletzt sollte das entwickelte Messverfahren an einem – soweit dies mit den zur Verfügung stehenden Materialien und Geräten umsetzbar war – möglichst realitätsnahen Knochen-Implantat-System getestet werden.

Versuchsaufbau

In Abbildung 6.4 ist der Versuchsaufbau dargestellt. Dabei fand ein handelsübliches *Eisbein* („Unterarm“ bzw. „Unterschenkel“ eines Hausschweins) als Ersatz für den menschlichen Oberschenkelknochen Verwendung. Das Eisbein wurde in heißem Wasser abgekocht und das die Knochen umschließende Gewebe, einschließlich der Beinhaut, entfernt. An einer relativ planen Stelle auf einem der beiden Röhrenknochen wurde der Schallwandler – wiederum über die beidseitig eingefettete Koppelmatte – auf die Knochenoberfläche aufgesetzt und mit einer Halterung am Knochen fixiert. Um die Fixierung der Halterung zu erreichen, wurden die Knochen teilweise mechanisch bearbeitet, nicht allerdings an der Stelle der Schalleinkopplung. Der für die Messungen verwendete Knochen wies einen Durchmesser seiner Markhöhle von ca. 8 – 11 mm auf und besaß eine Stärke der Substantia corticalis von etwa 2 mm.
Als Implantat wurde ein Hüftprothesenschaft aus einer Kobalt-Chrom-Molybdän-Legierung, wie er typischerweise vor allem bei zementierten Hüftprothesen Anwendung findet, eingesetzt.
Knochen und Implantat befanden sich in einem Wasserbecken, sodass sich zwischen Knochen- und Implantatoberfläche ein Wasserspalt ausbildete.
Verschiedene Spaltbreiten zwischen Knochen und Implantat wurden an diesem Aufbau durch langsames manuelles Ein- bzw. Ausführen des Prothesenschaftes erreicht. Eine parallele Vergleichsmessung der eingestellten Spaltbreite war hier nicht möglich.

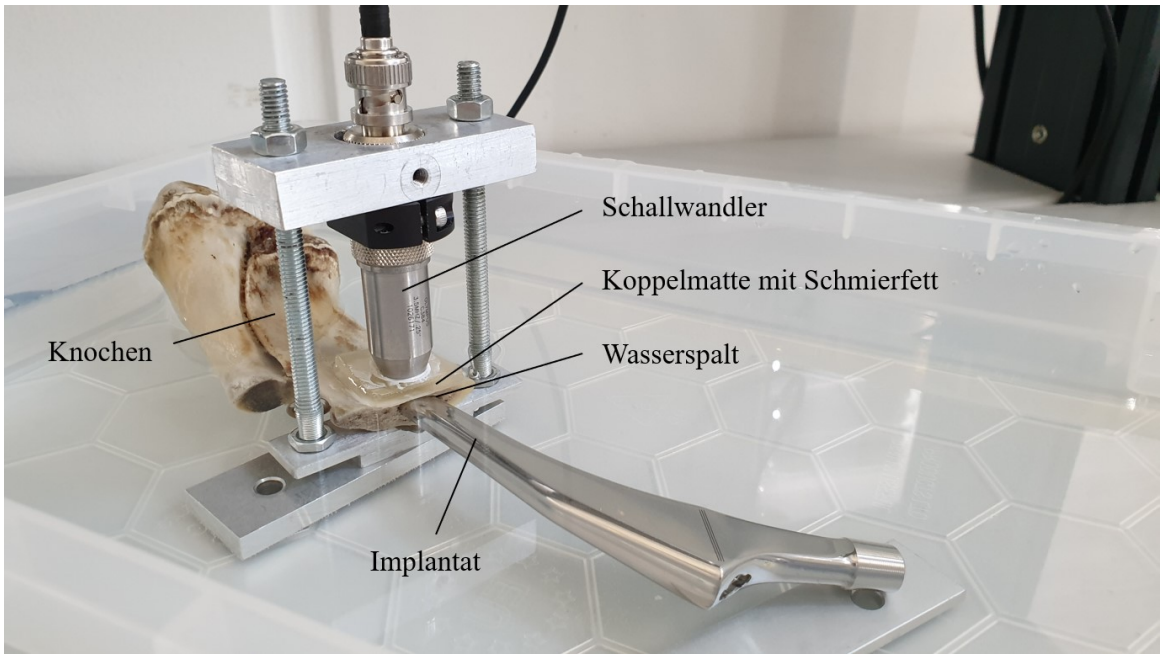


Abb. 6.4: Versuchsaufbau mit realitätsnahem Knochen-Implantat-System

Ergebnisse

In insgesamt drei Messreihen zu je 14 (Messreihe 1) bzw. 15 (Messreihen 2 und 3) Einzelmessungen wurde der Prothesenschaft, der für Messung 1 jeweils vollständig in die Markhöhle eingeführt wurde, langsam aus der Markhöhle gezogen. In möglichst gleichmäßigen Abständen wurde jeweils eine Messung, wie in Unterabschnitt 4.5 beschrieben, mit Oszilloskop und Messprogramm durchgeführt. Diese wurde anschließend mit dem in Abschnitt 5 vorgestellten Algorithmus ausgewertet. Zur Berechnung der theoretischen Verläufe des Reflexionskoeffizienten fanden auch in diesem Fall die Materialparameter aus Tabelle A.1 und Tabelle A.2 Anwendung.

Für jede Einzelmessung innerhalb der drei Messreihen sind in Unterabschnitt D.4 das aufgenommene Empfangssignal inklusive des ermittelten Intervalls für die Fourier-Transformation sowie das experimentelle Spektrum der Zwischenschicht-Reflexion im Vergleich mit dem am besten übereinstimmenden theoretischen Spektrum und der zugehörigen Schichtdicke dargestellt. Konnte kein passendes theoretisches Spektrum ermittelt werden, so ist nur das experimentelle dargestellt.

Tabelle 6.4 stellt die in den einzelnen Messungen durch den Algorithmus ermittelten Schichtdicken h kompakt gegenüber. Da der Prothesenschaft jeweils von Hand aus der

Markhöhle gezogen wurde und eine Vergleichsmessung fehlte, lag in jeder Messreihe bei jeder Einzelmessung eine andere wahre Schichtdicke vor. Die Einzelmessungen sind demnach in der Tabelle nicht zeilenweise miteinander vergleichbar.

Tab. 6.4: Am realitätsnahen Knochen-Implantat-System durch das Messverfahren ermittelte Schichtdicken

Messung Nr.	**Ermittelte Schichtdicke**		
	Messreihe 1 µm	Messreihe 2 µm	Messreihe 3 µm
1	-	-	-
2	-	-	-
3	-	-	-
4	-	-	530
5	-	-	-
6	-	-	-
7	-	-	409
8	-	-	449
9	210	310	459
10	560	390	550
11	630	520	660
12	940	580	730
13	1260	860	799
14	1599	1019	860
15	-	1480	1519

Wie die Tabelle zeigt, konnten in allen drei durchgeführten Messreihen mit dem Algorithmus Werte für die Dicke des Wasserspaltes zwischen Prothesenschaft und Implantat ermittelt werden. Mit Ausnahme der Messung 4 in Messreihe 3 (siehe Unterabschnitt 6.5.1) steigen die Schichtdicken auch mit zunehmender Nummer der Messung an, wie es beim Herausziehen des Prothesenschaftes aus der Markhöhle zu erwarten war. Der Bereich der ermittelten Schichtdicken liegt zwischen $h = 210\,\mu\text{m}$ und $h = 1519\,\mu\text{m}$ und überspannt damit fast vollständig den in Abschnitt 1 geforderten Bereich von unter 500 µm bis ca. 2 mm. Dabei ist zu bedenken, dass durchaus auch die Bestimmung kleinerer oder größerer Schichtdicken möglich sein könnte, diese hier jedoch mangels Vergleichsmessung nicht gezielt eingestellt werden konnten.
Betrachtet man die Verläufe von Empfangssignal und Spektrum der extrahierten Reflexion in allen drei Messreihen (siehe Unterabschnitt D.4) im Vergleich, so fällt auf, dass sie sich zwischen den Messreihen deutlich voneinander unterscheiden. Beispiels-

weise weist die Reflexion an der Koppelmatte in den Messreihen 1 und 3 eine deutlich abweichende Form als bei den drei idealisierten Testsystemen auf. Gleiches gilt für die Zwischenschicht-Reflexion in Messreihe 1. Im Allgemeinen weisen die Spektren eine deutlich stärkere Welligkeit als die der idealisierten Testaufbauten auf. Dennoch treten die spektralen Minima in den Messungen, in denen sie auftreten, sehr deutlich (deutlicher als beispielsweise am Aluminium-Aluminium-Zylinderaufbau (siehe Unterabschnitt 6.2) hervor, sodass eine Schichtdickenbestimmung in diesen Fällen eindeutig möglich war.
Zudem ist bei größeren Schichtdicken ab etwa $h = 800\,\mu\text{m}$ auch eine beginnende zeitliche Trennung der Reflexionen von Vorder- und Rückseite der Wasserschicht erkennbar.

6.5. Diskussion der Ergebnisse

Ein Vergleich der experimentellen Ergebnisse an den einzelnen Testsystemen zeigt, dass mithilfe des entwickelten Messverfahrens grundsätzlich an jedem Aufbau Werte für die Dicke der Zwischenschicht ermittelt werden konnten.
Allerdings konnte im Vorfeld durchaus erwartet werden, dass mit zunehmender Annäherung an die Realität die Abweichung zwischen eingestellter und ermittelter Schichtdicke größer, der mögliche Bereich der Schichtdickenbestimmung kleiner und die Abweichung zwischen experimentellem und theoretischen Spektrum der Zwischenschicht-Reflexion größer werden würde. Tatsächlich jedoch weisen die Ergebnisse am Knochen-Wasser-Titan-Plattenaufbau eine deutlich kleinere Abweichung zwischen eingestellter und ermittelter Schichtdicke, aber auch zwischen experimentellem und theoretischem Spektrum als der Aluminium-Wasser-Aluminium-Plattenaufbau auf und ermöglichen gleichzeitig den größten Bereich der Schichtdickenbestimmung.
Dieser Sachverhalt und weitere Auffälligkeiten sollen in den folgenden Unterabschnitten diskutiert werden.

6.5.1. Abweichung zwischen am Aufbau eingestellter und über das Messverfahren ermittelter Schichtdicken

Stellt man für jedes der drei idealisierten Testsysteme die Abweichung $\Delta h = h_{Stell} - h$ zwischen eingestellter und ermittelter Schichtdicke in Abhängigkeit der eingestellten Schichtdicke h_{Stell} dar, so erhält man die in Abbildung 6.5 gezeigten Verläufe.
Die am Knochen-Wasser-Titan-Plattenaufbau bei $h_{Stell} = 100\,\mu\text{m}$ und $h_{Stell} = 150\,\mu\text{m}$ ermittelten Schichtdicken h wurden aus Gründen, die in Unterabschnitt 6.5.2 erläutert werden, in der Darstellung nicht berücksichtigt.

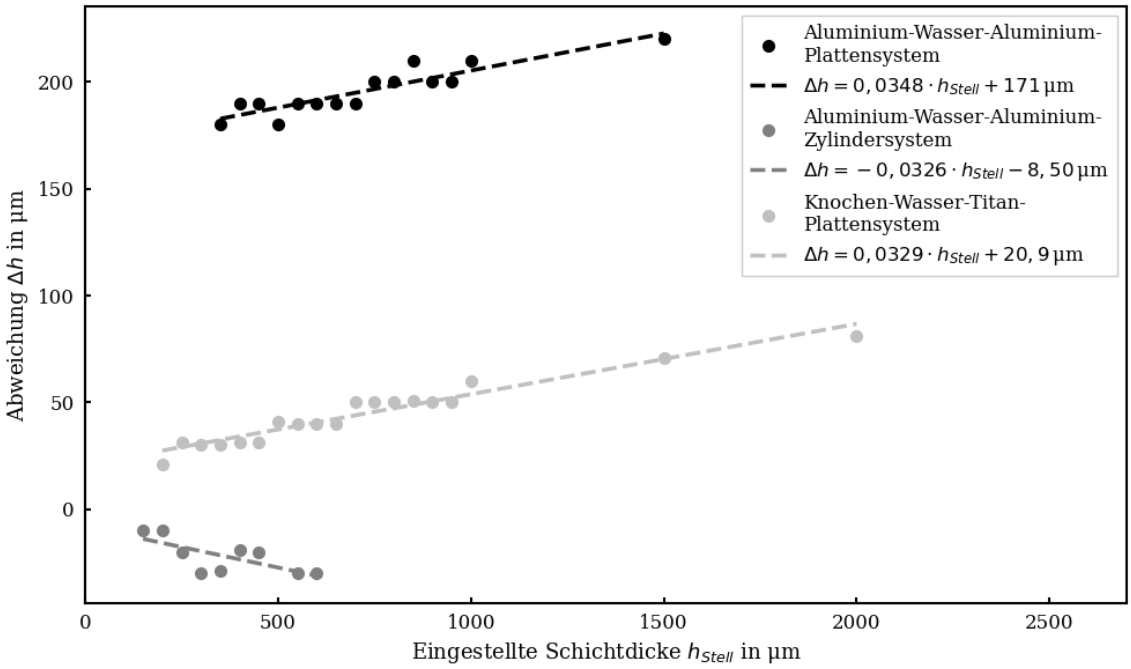


Abb. 6.5: Abweichung der am Aufbau eingestellten Schichtdicke h_{Stell} von der über das Messverfahren ermittelten Schichtdicke h in Abhängigkeit von h_{Stell} und lineare Regression der Abweichungsverläufe

Für die Abweichungen an jedem Testsystem wurde eine lineare Regression durchgeführt, wobei sich als Bestimmtheitmaße (R^2-Werte) für das Aluminium-Wasser-Aluminium-Plattensystem 0.82, für das Aluminium-Wasser-Aluminium-Zylindersystem 0.51 und für das Knochen-Wasser-Titan-Plattensystem 0.94 ergaben. Besonders im Falle der Plattensysteme, aber zum großen Teil auch beim Zylindersystem, werden die Abweichungen Δh also zum größtenteils über einen linearen Zusammenhang mit der absolut eingestellten Schichtdicke erklärt. Der relativ geringe R^2-Wert für den Abweichungsverlauf am Zylindersystem erklärt sich durch das nur kleine Schichtdickenintervall, in dem die Schichtdickenermittlung bei diesem möglich war.
Zieht man gedanklich die Achsabschnitte ab, so bleibt die auf die absolut eingestellte Schichtdicke bezogene relative Abweichung stets konstant. Zwischen den Testsystemen weisen allerdings sowohl Steigungen als auch Achsabschnitte der sich ergebenden Regressionsgeraden deutliche Unterschiede zueinander auf.

Als Ursache für die sich in den Achsabschnitten der Regressionsgeraden widerspiegelnden Nullpunktfehler kommt in erster Linie die nur ungenau mögliche Einstellung des Nullpunkts der Schichtdicke, also das flächige Berühren der Platten- bzw. der

Kegel- und Zylinderoberflächen mit dem Lineartisch in Frage. Zwar ermöglicht dieser eine Einstellung von Längendifferenzen mit einem Maximalfehler von 5 µm, der Skalenwert für $h = 0\,\mu\text{m}$ konnte allerdings nur sehr viel ungenauer bestimmt werden, da das Aufeinandertreffen der Platten bzw. des Kegels auf den Zylinder optisch mit dem menschlichen Auge erkannt werden musste. Daraus ergibt sich entsprechend ein zufälliger Fehler.
Zudem führten an den Plattenaufbauten kleinste Fertigungsungenauigkeiten in der Halterung für den Schallwandler (siehe z. B. Abbildung 6.2) dazu, dass die beiden Platten nicht exakt planparallel, sondern schief zueinander lagen. Bei beginnendem Entfernen der Platten voneinander wurde dann eine Änderung des Skalenwerts nicht vollständig in eine Hubbewegung, sondern zum Teil auch in eine Gleitbewegung der oberen auf der unteren Platte umgewandelt. Dieser systematische Fehler führte letztlich dazu, dass sich die tatsächliche Schichtdicke zunächst nur wenig änderte. Der Effekt trat am Aluminium-Aluminium-Plattenaufbau aufgrund der glatten Oberflächen besonders stark auf, wodurch sich der im Vergleich sehr hohe Nullpunktfehler bei diesem Aufbau erklären lässt.
In Bezug auf die Steigungen der Regressionsgeraden ist auffällig, dass die positive Steigung bei den beiden Plattensystemen nahezu den gleichen Wert aufweist, während am Zylindersystem die Abweichung abfällt. Berücksichtigt man nun, dass bei beiden planaren Systemen mit einem bis auf die Plattenmaterialien identischen Aufbau gearbeitet wurde, so liegt die Vermutung nahe, dass der Unterschied zwischen den Steigungen im Versuchsaufbau begründet liegt. An den Plattenaufbauten führte eine lineare Bewegung des Lineartischs direkt zu einer parallelen Änderung des Abstands zwischen den Platten (siehe Abbildung 6.1 und Abbildung 6.3), d. h. die an der Höhenskala eingestellte Änderung wurde in eine gleich große Schichtdickenänderung umgesetzt. Im Gegensatz dazu resultierte eine lineare Bewegung des Lineartischs beim Zylindersystem zunächst zu einem parallelen Ein- bzw. Ausfahren des Kegels aus dem Zylinder (siehe Abbildung 6.2). Die Spaltbreite ergibt sich dann durch einfache trigonometrische Beziehungen mit dem idealen Kegelverhältnis von 1:20.020 eines Morsekegels M2, welches einem Öffnungswinkel des Kegels von $\psi = 2.86\,^\circ$ entspricht. Für die Übersetzung des an der Skala des Lineartischs eingestellten Wertes h_{Skala} in die Schichtdicke h_{Stell} gilt damit

$$h_{Stell} = \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) h_{Skala} \tag{108}$$

Treten nun Fertigungsungenauigkeiten an Kegel und Zylinder auf, so weicht der reale Öffnungswinkel vom idealen ab und die sich ergebende Abweichung zwischen h und h_{Stell} nimmt gemäß Gleichung 108 linear mit der Schichtdicke zu bzw. ab.
Hinzu kommt der Aspekt, dass die so berechnete Schichtdicke streng genommen nur

für den Teil der Schallwelle gilt, der exakt senkrecht auf den Aluminiumkegel auftrifft (siehe Abbildung 6.6). Sämtliche seitlich davon auftreffenden Anteile, die zum Wand-

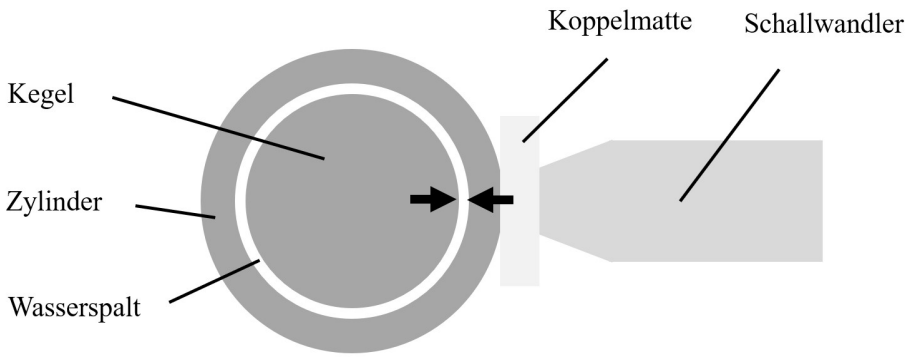


Abb. 6.6: Schema eines horizontalen Schnitts durch das zylindrische Aluminium-Wasser-Aluminium-System mit der Stelle (fette Pfeile), an der h_{Stell} ideal gilt

ler zurück gelangen, durchlaufen aufgrund des kreisrunden Querschnitts des Kegels einen etwas längeren Schallweg. Die mit dem Messverfahren ermittelte Schichtdicke h ist dann eine Art Mittlung aus den Laufwegen aller Teile der ausgesendeten Welle und größer als die eingestellte Schichtdicke h_{Stell}. Dieser Unterschied im Laufweg nimmt, je weiter der Kegel ausgefahren wird, zu, da der Kegeldurchmesser in der horizontalen Ebene des Schallpfades immer kleiner wird. Folglich wird die Abweichung Δh immer stärker negativ. Genau dieses Verhalten zeigt der Abweichungsverlauf in Abbildung 6.5. Zwar wurde, um möglichst senkrechten Schalleinfall zu garantieren, bereits ein Schallwandler mit möglichst kleinem Durchmesser gewählt (siehe Unterabschnitt 4.3), gänzlich konnten die Effekte bei gekrümmten Oberflächen allerdings demnach nicht vermieden werden.

Die positive Steigung der Abweichungsverläufe an den Plattenaufbauten hingegen kann nicht mit Ungenauigkeiten am Aufbau selbst erklärt werden, insofern man annimmt, dass der Fehler durch die Übersetzung der Skaleneinstellung in die Längsbewegung des Lineartischs deutlich kleiner ist als die festgestellten Abweichungen. Stattdessen kommt hier ein anderes, grundsätzlicheres Problem des Messverfahrens in dieser Form als Ursache in Frage: wie bereits in Unterabschnitt 3.3 beschrieben, lässt sich nur anhand der Lage der spektralen Minima nicht zwischen einer Änderung der Schichtdicke und einer Änderung der Schallgeschwindigkeit in der Zwischenschicht unterscheiden, denn die Minimalage im Frequenzbereich wird (siehe auch Unterabschnitt 3.4.2) wie auch die Verschiebung im Zeitbereich (siehe Unterabschnitt 3.4.3) stets durch den Quotienten aus Schichtdicke h und Schichtdicke c_0 bestimmt. Folglich lässt sich ein absoluter Wert für h nur dann genau angeben, wenn man c_0 exakt kennt.

Wird beispielsweise über die spektralen Minima die Schichtdicke bestimmt, so ergibt sich diese nach Gleichung 102 zu

$$h = \frac{s\,c_0}{2f} \tag{109}$$

Schätzt man nun allerdings die Schallgeschwindigkeit um δc_0 falsch ein, so pflanzt sich dieser Fehler entsprechend fort und führt nach

$$\delta h = \left|\frac{\partial h}{\partial c_0}\right| \delta c_0 \tag{110}$$

$$\delta h = \frac{s}{2f}\,\delta c_0 \tag{111}$$

zum Fehler δh der Schichtdicke. Wird nun noch Gleichung 111 durch Gleichung 109 dividiert, so erhält man als relativen Fehler schlicht

$$\frac{\delta h}{h} = \frac{\delta c_0}{c_0} \tag{112}$$

Die relative Abweichung der Schichtdicke entspricht also genau der relativen Abweichung der Schallgeschwindigkeit.
Im Rahmen der in dieser Arbeit durchgeführten Experimente wurde die Schallgeschwindigkeit für Wasser aus dessen Dichte und Kompressionsmodul nach Tabelle A.1 zu $c_{Wasser} = 1460\,\mathrm{m/s}$ berechnet. Zum einen hängt dieser Wert, wie auch die zugrunde liegenden Materialeigenschaften, von der Temperatur ab, zum anderen variieren die Werte auch je nach Literatur in einem gewissen Bereich. Kuchling [49] beispielsweise gibt für 0 °C $c_{Wasser,0°\mathrm{C}} = 1403\,\mathrm{m/s}$, für 20 °C $c_{Wasser,20°\mathrm{C}} = 1483\,\mathrm{m/s}$ und für 40 °C $c_{Wasser,0°\mathrm{C}} = 1529\,\mathrm{m/s}$ an. Allein im Bereich von 20 °C bis 40 °C entspricht dies einer relativen Änderung von 3.1 Prozent, bezogen auf die Schallgeschwindigkeit bei 20 °C. Überschätzt man also z. B. aufgrund der Temperatur die Schallgeschwindigkeit um 3.1 Prozent, so resultiert daraus nach Gleichung 112 eine um 3.1 Prozent zu hohe Schichtdicke im Vergleich zum wahren Wert.
Betrachtet man nun die Steigungen der Regressionsgeraden in Abbildung 6.5, die eben genau die relativen Abweichungen Δh widerspiegeln, so zeigen sich für alle drei Aufbauten Abweichungen von gut 3 Prozent. Sie lassen sich also gut durch den relativen Fehler der angenommenen Schallgeschwindigkeit, z. B. aufgrund einer Temperaturabweichung erklären.
Zur Bewertung dieses hier unvermeidlichen systematischen Fehlers muss selbiger in Relation zur tatsächlichen Anwendung des Messverfahrens gesehen werden. Vergleicht man beispielhaft die Schallgeschwindigkeiten der in Tabelle A.2 aufgeführten Gewebe-

arten Fett- und Muskelgewebe, so weisen diese eine Differenz von 120 m/s auf. Daraus ergibt sich, nimmt man im ungünstigsten Fall 1580 m/s statt 1460 m/s an, eine relative Abweichung von ca. 8.2 Prozent der ermittelten Schichtdicke. Geht man nun von einer maximalen Spaltbreite von 2 mm aus, so entspricht dies einer Überschätzung der tatsächlichen Schichtdicke um etwa 164 µm. In der medizinischen Praxis ist eine solch genaue Quantifizierung der Schichtdicke allerdings gar nicht notwendig, da dies noch im Bereich der Rauheit und Unebenheit der beteiligten Oberflächen liegt.

Am realitätsnahen Knochen-Implantat-Aufbau konnte die Schichtdicke zwar nicht absolut eingestellt werden, aufgrund des allmählichen Herausziehens des Prothesenschafts aus der Markhöhle in jeder Messreihe konnte jedoch eine mit zunehmender Nummer der Messung stetig ansteigende Schichtdicke erwartet werden. Dies spiegeln die ermittelten Schichtdicken genau so wieder, wobei das Anwachsen in Messreihe 1 sogar relativ gleichmäßig erfolgte. Die unregelmäßigeren Abstände in Messreihen 2 und 3 lassen sich damit begründen, dass das manuelle Ausführen des unfixierten Prothesenschaftes nur sehr ungenau erfolgen konnte. Der Ausreißer bei Messung 4 in Messreihe 3 (siehe Abbildung D.100) deutet darauf hin, dass der Prothesenschaft bei dieser Messung ggf. leicht verrutscht ist oder verdreht wurde.

Zusammengefasst folgt aus den vorangegangenen Überlegungen, dass sowohl die am Lineartisch eingestellte h_{Stell} als auch die mit dem Messverfahren ermittelte Schichtdicke h fehlerbehaftet sind und jeweils einen Beitrag zu den in Abbildung 6.5 dargestellten Abweichungen Δh leisten: der Achsabschnitt bezieht sich im Wesentlichen auf den Nullpunktfehler von h_{Stell}, der zum großen Teil in systematischen Fehlern der idealisierten Versuchsaufbauten begründet liegt, während sich die Steigung hauptsächlich auf den relativen Fehler von h aufgrund des unbekannten wahren Werts der Schallgeschwindigkeit bezieht. Lediglich letzterer ist also in der realen Situation tatsächlich zu beachten. Allerdings liegt er in einem Bereich, der für die Anwendung unbedenklich ist.

6.5.2. Grenzen der Schichtdickenbestimmung

Nicht in jeder der durchgeführten Messreihen an den idealisierten Testaufbauten konnte die Schichtdicke im gesamten eingestellten Intervall (0 µm bis 2 mm an den Plattenaufbauten und 0 µm bis 1 mm am Zylinderaufbau) mithilfe des Messverfahrens ermittelt werden. Dies liegt zum einen Teil am Messverfahren selbst und zum anderen Teil an den realen Gegebenheiten beim jeweiligen Versuchsaufbau.

Die minimal bestimmbare Schichtdicke liegt dabei zunächst unabhängig vom speziellen

Aufbau bei dem Wert, bei dem zuerst ein Minimum im Spektrum der ausgesendeten Schallwelle auftritt. Dieses wurde (siehe Unterabschnitt 4.2) entsprechend breitbandig gewählt. Geht man auf Basis der Breite des Spektrums bei $h = 0\,\mu\text{m}$ in Abbildung D.1 davon aus, dass bis etwa 5 MHz Minima im Spektrum eindeutig erkennbar sind, so ergibt sich mit $c_0 = 1460\,\text{m/s}$ nach Gleichung 109 theoretisch eine minimal bestimmbare Schichtdicke von $h = 146\,\mu\text{m}$. In Anbetracht dessen, dass nur mit der Schrittweite 50 µm getestet wurde, liegt dies in guter Übereinstimmung mit den tatsächlich kleinsten ermittelten Schichtdicken von 160 µm an Aluminium-Wasser-Aluminium-Zylindersystem und am Knochen-Wasser-Titan-Plattensystem sowie 170 µm am Aluminium-Wasser-Aluminium-Plattenaufbau.
Zur Ermittlung noch geringerer Schichtdicken bleiben lediglich zwei Möglichkeiten: Einerseits könnte gemäß Gleichung 109 ein Sendesignal mit höherer Frequenz verwendet werden. Dann müsste jedoch auch auf einen anderen Schallwandler zurückgegriffen werden (siehe Unterabschnitt 4.3) und die Dämpfung des Knochengewebes würde sich deutlich stärker zeigen. Andererseits könnte theoretisch das Liquid-Spring-Modell Anwendung finden, allerdings ist dieses aufgrund der fehlenden absoluten Amplitudeninformation des Reflexionskoeffizienten hier nicht möglich, wie bereits in Unterabschnitt 3.5 beschrieben wurde.
Am Knochen-Wasser-Titan-Plattenaufbau fällt auf, dass das Spektrum bereits bei $h_{Stell} = 0\,\mu\text{m}$ (siehe Abbildung D.45) schon vor 5 MHz abflacht. Dieser Effekt kann auf die Oberflächenrauheit der Knochenplatte zurückgeführt werden. Da diese nicht perfekt plan ist, liegt sie nur an manchen Stellen auf der Titanplatte auf, allerdings im Gegensatz zu Aluminiumplatte und -kegel nicht flächig, sodass bereits kleine Spalten zwischen den Platten existieren. Im Mittel ergibt sich daher ein unscharfes, breites Minimum bei etwa 5 MHz, das gewissermaßen die Oberflächenrauheit charakterisiert, die demnach bei maximal etwa 150 µm liegt. Erst mit zunehmender Entfernung beider Platten tritt das Minimum schärfer hervor und verschiebt sich schließlich ab $h_{Stell} = 200\,\mu\text{m}$ allmählich nach links. Erst dann lässt sich also verlässlich aus der Lage der Minima auf die tatsächliche Schichtdicke schließen, weshalb die Werte für $h_{Stell} = 100\,\mu\text{m}$ und $h_{Stell} = 150\,\mu\text{m}$ in Abbildung 6.5 auch keine Berücksichtigung fanden. Genau diese Oberflächenrauheit, die an einem realen Knochen-Implantat-System in noch stärkerem Maße auftritt, zeigt allerdings auch, dass eine Bestimmung von noch kleineren Schichtdicken in der realen medizinischen Anwendung gar keine Rolle spielt.

Eine obere Grenze für die Schichtdickenbestimmung setzt die Natur des Messverfahrens nicht, denn eine zunehmende Erhöhung der Schichtdicke führt schließlich zu einer immer weiteren Verdichtung der Maxima und Minima im Spektrum. Hier sind der Anwendung des Verfahrens jedoch Grenzen durch das reale Messsystem gesetzt, denn mit zunehmender zeitlicher Separation der Reflexionen von Vorder- und Rückseite der Zwischenschicht kommt es zur Überlagerung von Letzterer mit Mehrfachreflexionen

innerhalb des Gesamtsystems und damit zur Verfälschung der Messergebnisse durch die Überlagerung der Spektren der jeweiligen Reflexionen. Durch das im Zeitbereich relativ kurze Sendesignal tritt der Effekt erst bei großen Schichtdicken auf, lässt sich aber, insbesondere bei einer hohen Schallgeschwindigkeit in Medium 1 ab einer bestimmten Schichtdicke nicht mehr verhindern.
Beispielsweise überlagerte die erste Rückseiten-Reflexion am Aluminium-Aluminium-Plattenaufbau bei $h = 2000\,\mu\text{m}$ (siehe Abbildung D.23) mit der ersten Mehrfachreflexion innerhalb der oberen Aluminiumplatte (zweite Reflexion an der Vorderseite der Wasserschicht). Somit war keine Bestimmung der Schichtdicke mehr möglich.
Am Knochen-Wasser-Titan-Aufbau trat die Überlagerung mit der ersten Mehrfachreflexion in der Knochenplatte zwar auch auf, allerdings wies diese aufgrund der starken Dämpfung im Knochen eine im Vergleich zur Rückseiten-Reflexion deutlich geringere Amplitude auf, sodass das Spektrum von Ersterer nicht maßgeblich beeinflusst wurde.
Da die Wandstärke des Zylinders des Aluminium-Wasser-Aluminium-Zylinderaufbaus lediglich 4.5 mm betrug, trat hier die erste Mehrfachreflexion bereits nach ca. 1.5 µs auf und verhinderte die Bestimmung der Schichtdicke für $h > 630\,\mu\text{m}$.

In Summe zeigt sich also, dass für einen möglichst großen Bereich der Schichtdickenbestimmung im vorgestellten Messverfahren stark dämpfende Materialien wie die Substantia corticalis im Vergleich zu schwach dämpfenden Materialien wie Aluminium sogar vorteilhaft sind, da Mehrfachreflexionen die Auswertung nicht oder kaum beeinträchtigen und so auch die Bestimmung relativ großer Schichtdicken möglich ist. Dies hat sich auch am realitätsnahen Knochen-Implantat-Aufbau gezeigt, denn hier spielte die erste Mehrfachreflexion in der Substantia corticalis trotz ihrer geringen Dicke von lediglich ca. 2 mm (im Vergleich zu 4 mm am Knochen-Wasser-Titan-Plattenaufbau) in der Auswertung praktisch keine Rolle.
Andererseits ist die Schichtdickenbestimmung nach unten hin durch die Natur des Messverfahrens selbst zwar begrenzt, die Ermittlung noch kleinerer Schichtdicken ist in der medizinischen Anwendung allerdings auch gar nicht notwendig.

6.5.3. Abweichung zwischen theoretischem und experimentellem Spektrum der Zwischenschicht-Reflexion

Wie die Ergebnisse in Anhang D zeigen, weichen theoretisches und experimentelles Spektrum je nach Testsystem und Messung mehr oder weniger stark voneinander ab. Dass die Abweichung bei kleineren Schichtdicken in der Tendenz sichtlich größer ist als bei größeren Schichtdicken, lässt sich damit begründen, dass bei kleinen Schichtdicken und folglich nur wenigen spektralen Minima im auswertbaren Frequenzbereich nur wenige Punkte für die Bestimmung der Einhüllenden des experimentellen Spektrums

(siehe Unterabschnitt 5.2) vorhanden sind, obgleich in diesem Fall neben den lokalen Maxima zusätzlich Punkte auf der linken Flanke des Spektrums mit einbezogen werden. Bei größeren Schichtdicken jedoch könnte man eine – bis auf den Einfluss des Messrauschens – perfekte Übereinstimmung von theoretischem und experimentellem Spektrum erwarten. Betrachtet man beispielsweise beide Spektren für $h = 1429\,\mu\text{m}$ am planaren Knochen-Wasser-Titan-System (siehe Abbildung 6.7), so ist dies jedoch offensichtlich nicht der Fall. Wie der Verlauf der Residuen (Abbildung 6.7 unten) zeigt, wird das

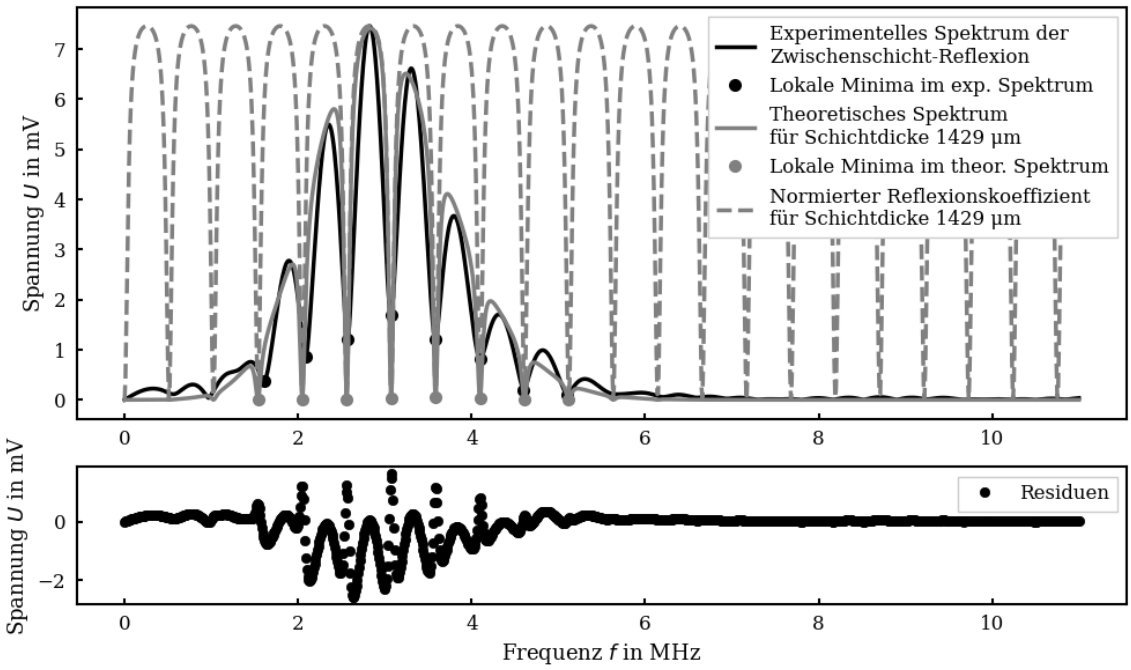


Abb. 6.7: Vergleich zwischen theoretischem und experimentellem Spektrum der Zwischenschicht-Reflexion für das planare Knochen-Wasser-Titan-System bei $h = 1429\,\mu\text{m}$ (oben) und Residuen (unten)

experimentelle Spektrum insbesondere im Bereich der Minima und der steilen Flanken nicht perfekt nachgebildet. Die spektralen Maxima verlaufen im experimentellen Spektrum spitzer als die im theoretisch nachgebildeten Spektrum. Ein ähnliches Ergebnis zeigt sich auch für die anderen Testsysteme.

Ein Vergleich der Residuen (im Intervall von 1 MHz bis 5.5 MHz) mit einer normalverteilten Zufallsgröße durch Darstellung in einem Quantil-Quantil-Diagramm (siehe Abbildung 6.8) bestätigt, dass diese keiner Normalverteilung unterliegen und damit nicht in einem als normalverteilt angenommenem Messrauschen begründet liegen. Da im Quantil-Quantil-Diagramm die Quantile der Residuen gegenüber denen der Normalverteilung aufgetragen werden, müssten die Werte im Falle einer Normalverteilung

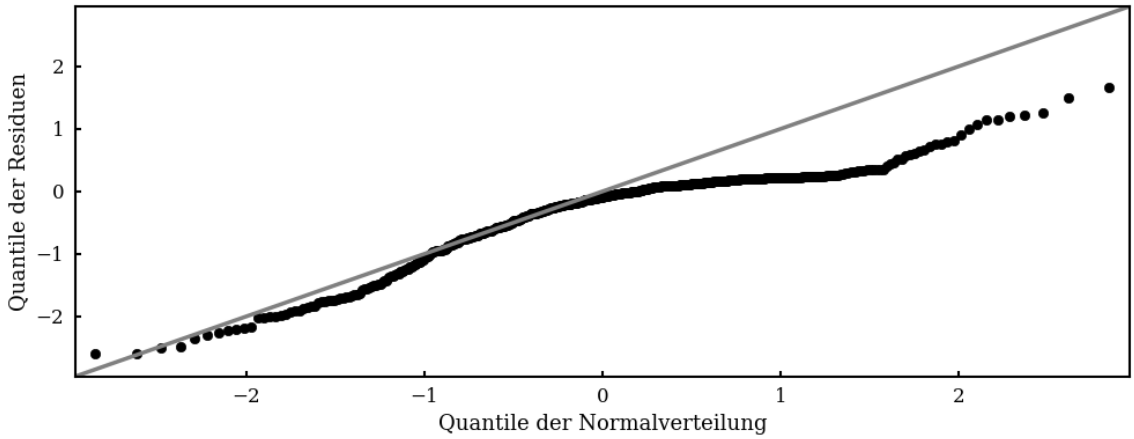


Abb. 6.8: Quantil-Quantil-Diagramm der Residuen für ein Knochen-Wasser-Titan-System bei $h = 1429\,\mu\text{m}$

auf der Geraden liegen, was jedoch insbesondere für große positive Abweichungen, also die Abweichungen in den spektralen Minima und den steilen Flanken, nicht der Fall ist.
Diese Tatsachen weist darauf hin, dass das theoretische Modell, dass den theoretischen Spektren der Zwischenschicht-Reflexionen zugrunde liegt, die realen Spektren nicht vollständig korrekt beschreibt.
Zunächst könnte man meinen, dass die Ursache dafür im hier gezeigten Beispiel des Knochen-Wasser-Titan-Systems darin liegt, dass der Reflexionskoeffizient für diese Materialkombination theoretisch im Intervall von ca. 0.62 bis 0.98 liegt (siehe Abbildung 3.8), in der Datenverarbeitung allerdings vor der Multiplikation mit dem Produkt aus Dämpfung der Reflexion und Spektrum der einfallenden Welle auf das Intervall [0,1] normiert wurde (siehe Unterabschnitt 5.4). Abbildung 6.9 zeigt daher theoretisches und experimentelles Spektrum im Vergleich für den Fall, dass der Reflexionskoeffizient nicht auf das Intervall [0,1] normiert wurde. Dabei sind die Minima im theoretischen Verlauf deutlich zu schwach ausgeprägt und die resultierenden Beträge der Residuen sind, besonders durch die noch weniger spitz verlaufenden spektralen Maxima, nun noch größer (siehe Abbildung 6.9 unten). Deshalb wurde der Reflexionskoeffizient in der Datenverarbeitung stets auf das Intervall [0,1] normiert.

Für die grundsätzliche Abweichung zwischen theoretischem und experimentellem Verlauf muss es also eine andere Erklärung geben. Eine mögliche Ursache ist, dass die Dämpfung des Schalls beim Durchlaufen der Zwischenschicht im analytischen Modell (siehe Unterabschnitt 3.2) unberücksichtigt bleibt. Würde man diese berücksichtigen, so müsste für die Zwischenschicht ein exponentieller Term analog Gleichung 44 für

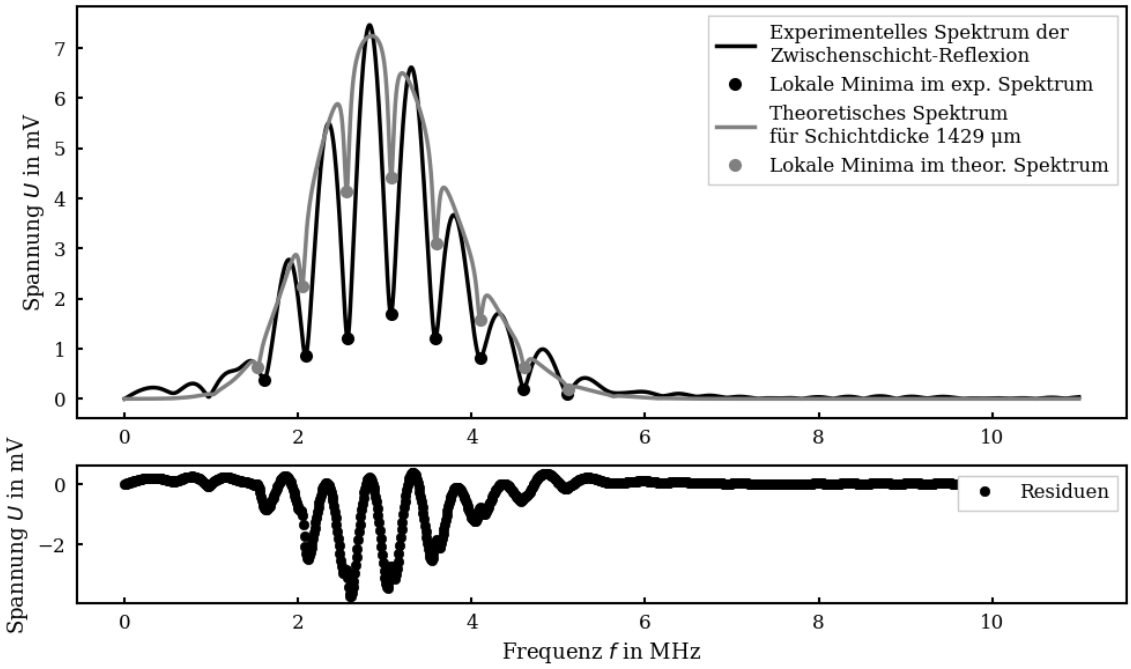


Abb. 6.9: Vergleich zwischen theoretischem und experimentellem Spektrum der Zwischenschicht-Reflexion für das planare Knochen-Wasser-Titan-System bei $h = 1429\,\mu\text{m}$ (oben) und Residuen (unten) bei Verwendung des nicht normierten Reflexionskoeffizienten

verschiedenen Schichten in die Herleitung mit einbezogen werden. Dieser ändert in der Konsequenz die Form der spektralen Maxima umso stärker, je dicker die Zwischenschicht ist, da sich die relative Gewichtung der Wellenteile in den einzelnen Medien zueinander ändert. Da Wasser jedoch nur eine sehr geringe Dämpfungskonstante von $0.002\,\text{dB}/(\text{cm}\,\text{MHz})$ (siehe Tabelle A.2) aufweist, ist fraglich, wie stark der dadurch hervorgerufene Effekt tatsächlich ist.
Ein ähnlicher Effekt, der vermutlich jedoch einen stärkeren Einfluss als die Dämpfung selbst hat, ist die *Dissipation* der Schallenergie in der Zwischenschicht. Das Schallfeld selbst wird nicht, wie im analytischen Modell angenommen, durch seitlich unendlich ausgedehnte eben fortschreitende Wellen gebildet, sondern ist abhängig von der Abstrahlcharakteristik des Schallwandlers. Durch die folglich gekrümmten Wellenfronten wird die in die Zwischenschicht eingebrachte Energie nicht nur gerichtet transmittiert und reflektiert, sondern verteilt sich auch seitlich in dieser. Dadurch enthält das senkrecht reflektierte Wellenpaket weniger Energie als dies eigentlich vom theoretischen Modell vorausgesagt wird. Da die Dissipation von der Dicke der Schicht abhängig ist, vergrößert dieser Effekt die Abweichung zwischen theoretischem und experimentellem Spektrum mit zunehmender Schichtdicke.

Ein weiterer Grund, der gesichert zu einem gewissen Teil zur Abweichung beiträgt, ist, dass bei größeren Schichtdicken stets nur die erste Reflexion an der Rückseite der Zwischenschicht Berücksichtigung fand, nicht jedoch die Mehrfachreflexionen an der Rückseite, die das analytische Modell ebenso berücksichtigt. Deren Amplituden waren im Vergleich zur ersten Rückseiten-Reflexion jedoch teilweise so schwach, dass sie durch den Algorithmus nicht erfasst werden konnten.
Natürlich spielt auch in diesem Fall die Ungenauigkeit in den zur Berechnung des Reflexionskoeffizienten für die verschiedenen Medien verwendeten Materialkennwerten eine Rolle. Da diese (siehe u. a. Abbildung 3.10) für die Form der spektralen Maxima maßgeblich sind, können Fehler in den angenommenen Materialparametern zu einer Abweichung der Verläufe führen.

Betrachtet man die anderen Testsysteme, so fällt schon optisch auf, dass die Abweichungen zwischen theoretischen und experimentellen Verläufen hier in aller Regel noch größer sind als beim Knochen-Wasser-Titan-Plattensystem. Beim realitätsnahen Knochen-Implantat-System ist dies schnell eingängig, denn die Inhomogenität der Substantia corticalis und die rauen Oberflächen sorgen für zahlreiche Störeffekte, die sich auch im Spektrum widerspiegeln. Beim zylindrischen Aluminium-Wasser-Aluminium-System spielt der in Unterabschnitt 6.5.1 diskutierte Aspekt unterschiedlicher Schichtdicken im Schallweg durch die Krümmung vermutlich eine wesentliche Rolle, beim planaren Aluminium-Wasser-Aluminium-System jedoch würde man keine derartigen Abweichungen erwarten.
Betrachtet man jedoch das Empfangssignal am Aluminium-Wasser-Aluminium-Plattenaufbau bei $h = 0\,\mu\text{m}$ im Detail (siehe Abbildung 6.10), so erkennt man eine zunächst nicht zuordenbare Reflexion in der Mitte zwischen der ersten und der zweiten Reflexion an der Zwischenschicht. Um deren Ursache herauszufinden, wurde mithilfe der Simulationssoftware *COMSOL Multiphysics* ein Modell der verwendeten oberen Aluminiumplatte erstellt und die Anregung einer Gauss-gefensterten einfachen Sinusschwingung der Frequenz 2.2 MHz auf der Oberseite der Platte simuliert. Abbildung 6.11 zeigt das Ergebnis der Simulation für zwei verschiedene Zeitpunkte nach Beginn der Schallanregung. Dabei ist in der Darstellung für $t = 2\,\mu\text{s}$ zu erkennen, dass neben der Longitudinalwelle (helle Färbung) auch eine Transversalwelle (dunkle Färbung) angeregt wird, wobei das Verhältnis zwischen Longitudinal- und Transversalwellengeschwindigkeit nach Gleichung 39 mit $\eta_{Aluminium} = 0.34$ (Tabelle A.1) bei 2,03 liegt. Die Longitudinalwelle legt also in guter Näherung in der gleichen Zeit die doppelte Wegstrecke zurück.
Die Darstellung für $t = 3\,\mu\text{s}$ zeigt die Situation nach der Reflexion an der Rückseite der Aluminiumplatte (entspricht der ersten Reflexion an der Zwischenschicht): bei der Reflexion spaltet sich die einfallende Longitudinalwelle aufgrund des schrägen Einfalls der gekrümmten Wellenfront auf die plane Oberfläche in eine longitudinale und eine

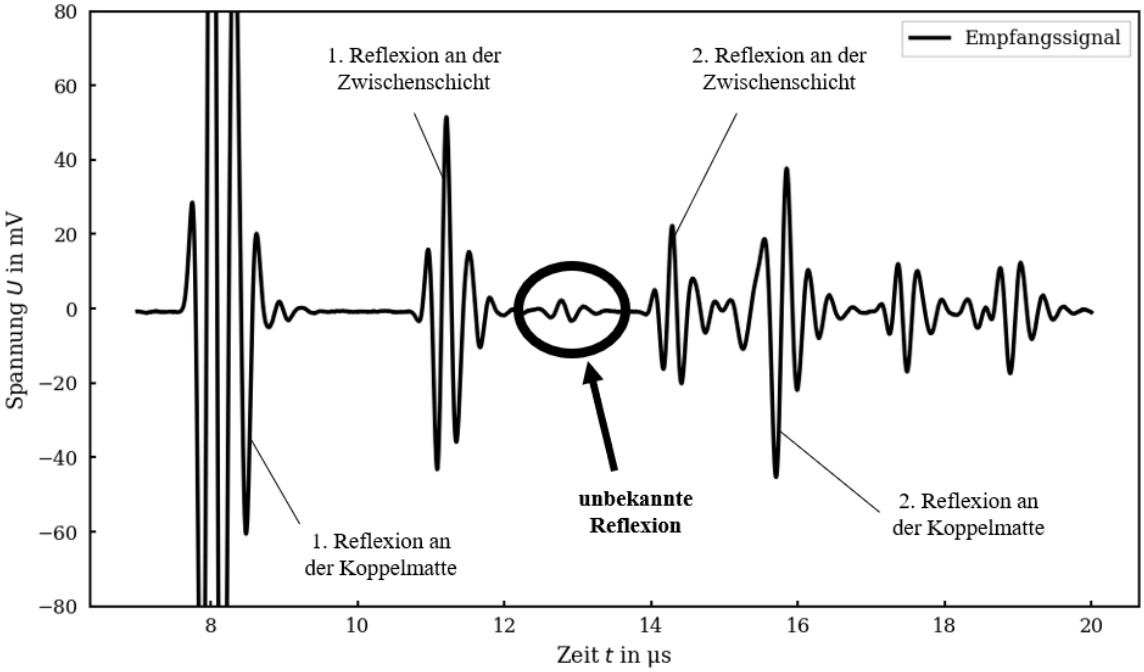


Abb. 6.10: Vom Oszilloskop aufgenommenes Empfangssignal für das Aluminium-Wasser-Aluminium-Plattensystem bei $h_{Stell} = 0\,\mu\text{m}$

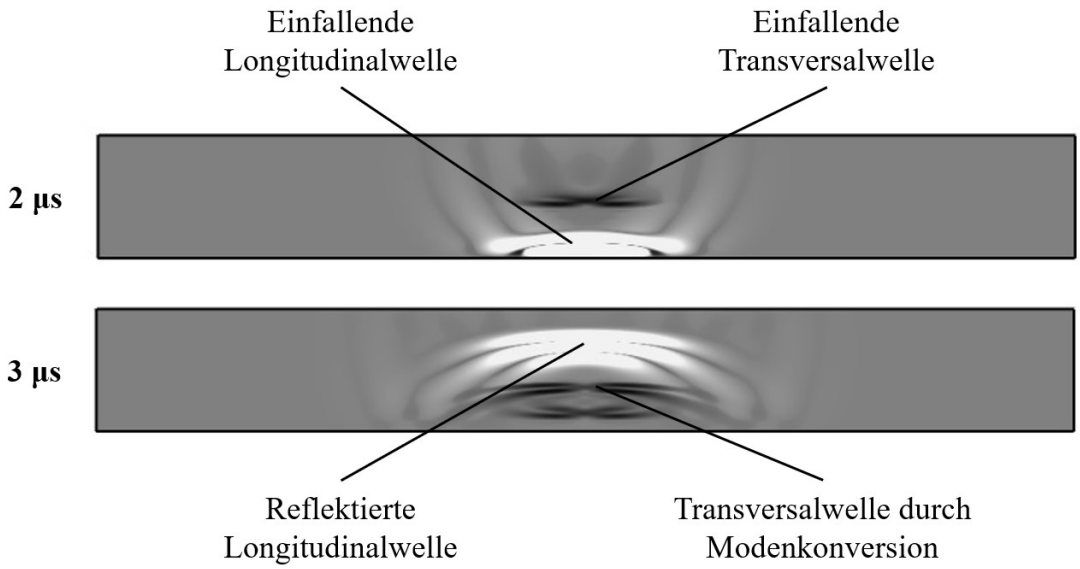


Abb. 6.11: Ergebnis der Simulation in der 2D-Darstellung für die Zeitpunkte $t = 2\,\mu\text{s}$ (oben) und $t = 3\,\mu\text{s}$ (unten)

transversale Teilwelle auf (sog. *Modenkonversion*) [54]. Gleiches gilt für die einfallende Transversalwelle. Aufgrund des speziellen Verhältnisses zwischen Longitudinal- und Transversalwellengeschwindigkeit treffen nun beide durch Modenkonversion entstandene Wellen praktisch gleichzeitig wieder am Schallwandler ein. Dies geschieht zeitlich exakt zwischen erster und zweiter Reflexion der „reinen“ Longitudinalwelle. In der Praxis ist es von der Art des Schallwandlers und dessen Schallfeld abhängig, wie stark dieser Transversalwellen aussenden bzw. empfangen kann und wie stark der Effekt der Modenkonversion auftritt. Dennoch kann aus den Ergebnissen der Simulation geschlossen werden, dass die zunächst unerklärte Reflexion zwischen erster und zweiter Reflexion an der Zwischenschicht mit hoher Wahrscheinlichkeit durch die Modenkonversion eines Teils der Longitudinalwelle an der Rückseite der Aluminiumplatte entstanden ist.
Bei zunehmender Schichtdicke überlagert folglich die Reflexion an der Rückseite der Zwischenschicht mit dieser Modenkonversion, wodurch die stärkeren Abweichungen zwischen theoretischen und experimentellen Spektren erklärt werden. Bei den übrigen Testsystemen geht die Modenkonversion aufgrund der nicht ideal planen Oberflächen im allgemeinen Rauschen unter und ist im Empfangssignal nicht explizit auszumachen.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die grundsätzliche Abweichung zwischen theoretischen und experimentellen Spektren systematischer Natur ist und folglich darauf zurückzuführen ist, dass das zugrunde gelegte analytische Modell nicht alle Abhängigkeiten im realen System vollständig abbildet. Potenzielle Einflussfaktoren sind die Dämpfung in der Zwischenschicht, die Dissipation der Schallenergie, die fehlende Einbeziehung von Mehrfachreflexion bei großen Schichtdicken sowie die nur ungenau bekannten Eigenschaften der beteiligten Medien. Welchen Einfluss diese Faktoren im Einzelnen auf die Gesamtabweichung haben, kann mit den bisher durchgeführten Experimenten und anhand des verwendeten Modells nicht quantifiziert werden. Hierzu sind weitergehende Betrachtungen notwendig, die in Abschnitt 8 im Ansatz aufgegriffen werden.

7. Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit sollte ein nicht-invasives Ultraschall-Messverfahren entwickelt werden, mit dessen Hilfe sich die Knochen-Implantat-Schnittstelle zwischen Oberschenkelknochen und Prothesenschaft einer zementfreien Hüftprothese charakterisieren lässt. Das Verfahren sollte dabei vordergründig die Quantifizierung der Dicke dieser Grenzschicht im Bereich von 500 µm bis ca. 2 mm ermöglichen, um eine Lockerung des Prothesenschafts frühzeitig erkennen zu können, noch bevor eine radiologische Diagnose dies ermöglicht. Gleichzeitig sollte es auch die Möglichkeit einer stofflichen Charakterisierung der Schicht zulassen, um die eventuell stattfindende Ausbildung eines Biofilms erkennen zu können.

Zunächst wurde in Abschnitt 2 anhand einer Literaturrecherche die Anatomie des Oberschenkelknochens und der Aufbau einer Hüftprothese beschrieben. Dabei wurde deutlich, dass der Knochen im untersuchten Bereich ausschließlich in Form der kompakten Substantia corticalis mit einer Dicke von ca. 5 mm und einer näherungsweise zylindrischen Form auftritt. Eine Betrachtung der Vorgänge beim Einheilen und Lockern einer Prothese zeigte, dass sich bei der aseptischen Lockerung eine demineralisierte Gewebesubstanz in der Zwischenschicht bildet, die prinzipiell ähnliche akustische Eigenschaften wie Wasser aufweist. Vereinfacht kann dann von einem Dreischichtsystem gesprochen werden. Bei der septischen Lockerung siedelt sich zusätzlich ein Bakterienfilm auf der Implantatoberfläche an. Eine Betrachtung der klinisch etablierten Diagnosemethoden offenbarte deren Schwächen insbesondere bei der Früherkennung einer Lockerung und eines Biofilms.
Auf Basis der kurz zusammengefassten grundlegenden physikalischen Mechanismen der Schallausbreitung wurde in Abschnitt 3 ein analytisches Modell für die Reflexion von Schallwellen im Dreischichtsystem vorgestellt und eine Gleichung zur Bestimmung des Reflexionskoeffizienten hergeleitet. Dessen Frequenzspektrum zeigt Minima in Abhängigkeit von Dicke und Schallgeschwindigkeit der Zwischenschicht und Maxima, deren Form von den Eigenschaften der beteiligten Medien im Dreischichtsystem abhängt. Wie gezeigt wurde, kann der Reflexionskoeffizient experimentell nicht direkt bestimmt werden, er findet sich jedoch im Spektrum der Reflexion an der Zwischenschicht wieder.
Anhand der medizinischen und physikalischen Grundlagen wurden in Abschnitt 4 die einzusetzenden Geräte gewählt und Methoden entwickelt, wobei besonders die Wahl eines für die spezifische Messaufgabe geeigneten Schallwandlers und des zugehörigen Sendesignals eine große Rolle spielten. Zum Einsatz kamen der Ultraschall-Prüfkopf *C384-SU* von Olympus im Puls-Echo-Betrieb und eine Hanning-gefensterte einfache Sinusschwingung als Sendesignal, die den gesetzten Anforderungen am besten entsprachen.

Schließlich wurde in Abschnitt 5 die entwickelte Auswertungsalgorithmik für den Fall bekannter Materialparameter der Schichten und unbekannter Dicke der Zwischenschicht vorgestellt. Sie beruht im Wesentlichen darauf, dass das Spektrum des an der Zwischenschicht reflektierten Wellenpakets mit dem Produkt aus dem theoretischen Reflexionskoeffizienten und dem rekonstruierten Spektrum der einfallenden Welle verglichen wird. Der Vergleich erfolgt in Form eines nichtlinearen Fits, der mit der Bedingung einer übereinstimmenden Lage der spektralen Minima verknüpft wird.
Die experimentelle Anwendung (siehe Abschnitt 6) des entwickelten Messverfahrens auf drei idealisierte Testsysteme bestätigte dessen grundsätzliche Eignung zur Ermittlung der Dicke einer flüssigen Schicht zwischen zwei Festkörpern im Bereich von ca. 200 µm bis 2 mm mit Wasser als Spaltmedium. Beim abschließenden Test an einem realitätsnahen Knochen-Implantat-System, bestehend aus einem Unterschenkelknochen vom Hausschwein und dem Prothesenschaft einer menschlichen Hüftprothese in einem Wasserbad, konnte durch die mehrfache Bestimmung von Schichtdicken im Bereich von 210 µm bis 1519 µm gezeigt werden, dass das entwickelte Messverfahren die gesetzten Anforderungen in Bezug auf die Bestimmung der Schichtdicke auch an einem Aufbau mit näherungsweise realitätsnahen Materialien und Geometrien erfüllt. In der anschließenden Diskussion der erzielten Ergebnisse konnten auftretende Abweichungen zwischen eingestellten und ermittelten Schichtdicken sowie zwischen theoretischen und experimentellen Verläufen und auch die Grenzen der Schichtdickenbestimmung an den einzelnen Testsystemen erklärt werden. Flankiert durch eine Simulation konnte zudem der gesamte zeitliche Verlauf des Empfangssignals grundsätzlich verstanden werden.

Theoretisch ermöglicht das vorgestellte Messverfahren durch den Vergleich zwischen experimentellem und theoretischem Spektrum der Reflexion auch die Bestimmung der Materialeigenschaften der Zwischenschicht, da sich diese im Verlauf der Reflexionskoeffizienten widerspiegeln. Insbesondere in Bezug auf die festgestellten Abweichungen zwischen Theorie und Experiment bestehen jedoch für eine solche Anwendung noch Optimierungsmöglichkeiten, auf die in Abschnitt 8 unter anderem eingegangen wird.

8. Ausblick

Für das in dieser Arbeit entwickelte Ultraschall-Messverfahren wurde erfolgreich gezeigt, dass es die Bestimmung der Dicke einer Zwischenschicht an einem realitätsnahen Knochen-Implantat-System ermöglicht und prinzipiell auch für die Bestimmung der stofflichen Eigenschaften dieser Schicht in Frage kommt. Das Messverfahren hat also das Potenzial, die Diagnose einer aseptischen und ggf. auch septischen Lockerung von Endoprothesen insbesondere im Frühstadium wesentlich zu verbessern und damit auch das Ausmaß des medizinischen Folgeeingriffs bzw. das Risiko für Komplikationen deutlich zu reduzieren.
Im Hinblick auf einen Einsatz unter realen Bedingungen und mit der zusätzlichen Funktion einer Biofilmerkennung sind jedoch eine Reihe von Optimierungen und Anpassungen des Verfahrens und auch weitere experimentelle Untersuchungen notwendig, auf die ein kurzer Ausblick gegeben werden soll.

Verbesserung und Erweiterung der experimentellen Validierung

Wie in Abschnitt 6 deutlich wurde, weisen bereits die bestehenden idealisierten Versuchsaufbauten ein deutliches Optimierungspotenzial im Hinblick auf die Einstellung der Schichtdicke auf. So sollte eine verbesserte Fixierung am Lineartisch eine exaktere Festlegung des Nullpunkts der Schichtdicke ermöglichen und damit den auftretenden Nullpunktfehler deutlich reduzieren.
Des Weiteren sind weitere experimentelle Untersuchungen an noch realitätsnäheren Systemen notwendig, um die Funktionalität des Messverfahrens unter realen Bedingungen zu testen. Ein nächster Schritt könnte beispielsweise eine Untersuchung an einem frischen tierischen Knochen mit eingebrachtem Prothesenschaft sein, der neben der Substantia corticalis auch noch Knochenhaut, Muskel-, Fett- und Hautgewebe enthält. Zwar sind die akustischen Eigenschaften dieser Gewebetypen prinzipiell ähnlich zur im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Koppelmatte und dem verwendeten Wasser, allerdings ist reales Gewebe deutlich inhomogener und weist diverse Grenzschichten auf, wodurch das Messergebnis beeinflusst werden könnte.
Von großem Vorteil hinsichtlich der Sicherheit der Messergebnisse wäre die parallele Möglichkeit einer vergleichenden Messung der Dicke der Zwischenschicht. Dies stellt jedoch ein grundsätzliches Problem dar, da für den gewünschten Schichtdickenbereich deutlich unter 2 mm derzeit kein alternatives diagnostisches Verfahren zur Verfügung steht (siehe Unterabschnitt 2.4). Daraus folgt auch, dass nicht zuverlässig eingeschätzt werden kann, ab welcher Größe und Häufigkeit die Bildung kleiner lokaler demineralisierter Zonen überhaupt erst klinisch relevant ist. Zumindest bei großen Schichtdicken könnte jedoch eine radiologische Untersuchung als Vergleichsmessung dienen.

Optimierung der Datenverarbeitung

Obwohl in der Entwicklung des Messverfahrens auf die weitestgehende Automatisierung der Datenverarbeitung Wert gelegt wurde, müssen doch einige Schritte noch manuell ausgeführt werden. In erster Linie betrifft dies die Bestimmung des zeitlichen Intervalls, in der die Zwischenschicht-Reflexion im Empfangssignal auftritt und das folglich das Intervall für die diskrete Fourier-Transformation liefert. Dieses muss vorder- und rückseitige Reflexion (überlagert oder zeitlich getrennt) an der Zwischenschicht genau einschließen, aber möglichst keine zusätzlichen Reflexionen erfassen, die das Spektrum verfälschen könnten.
Um das erwartete Signal der Zwischenschicht-Reflexion im Empfangssignal aufzufinden, kann beispielsweise eine Kreuzkorrelation des Signalverlaufs mit dem Zeitsignal der Reflexion an einer definierten Grenzschicht (beispielsweise einer Koppelmatte wie in den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Experimenten) eingesetzt werden. Um dann die exakten Intervallgrenzen zu finden, kann das Signal-Rausch-Verhältnis bestimmt und das Über- bzw. Unterschreiten eines bestimmten Levels als untere bzw. obere Intervallgrenze definiert werden. Hier muss beachtet werden, dass auch alle Mehrfachreflexionen an der Zwischenschicht mit einbezogen werden.
Eine elegante Lösung, wie theoretisch zugleich die Reflexion an der Zwischenschicht aufgefunden und das Spektrum des Empfangssignals ermittelt werden kann, bietet die Darstellung des Empfangssignals in einem Spektrogramm. Ein solches stellt die Veränderung des Spektrums eines Signals in Abhängigkeit der Zeit dar, indem das Zeitsignal in sich überlappende Zeitbereiche zerlegt und jeweils eine Kurzzeit-Fourier-Transformation durchgeführt wird. Abbildung 8.1 zeigt ein solches Spektrogramm für das Empfangssignal am planaren Knochen-Wasser-Titan-System bei $h = 940\,\mu\text{m}$ für zwei verschiedene Längen der einzelnen Zeitintervalle. Dabei zeigt sich jedoch, dass in einem Spektrogramm stets ein Kompromiss zwischen Zeit- und Frequenzauflösung eingegangen werden muss. Wird, wie im linken Spektrogramm dargestellt, die zeitliche Intervalllänge klein gewählt, so tritt die zeitliche Lage von Vorder- und Rückseitenreflexion zwar deutlich hervor, da aber innerhalb eines Intervalls niemals beide Reflexionen gleichzeitig vorkommen, fehlen die Minima im Frequenzbereich. Wählt man hingegen ein längeres Zeitintervall (rechtes Spektrogramm), so treten zwar die Minima auf der Frequenzachse auf, im Zeitbereich gehen beide Reflexionen jedoch ineinander über. Würde also mit einem Spektrogramm gearbeitet werden, so müssten, insofern die Reflexionen von Vorder- und Rückseite nicht zeitlich überlappen, pro Messung jeweils zwei Spektrogramme erstellt werden, um die notwendigen Informationen zu erhalten.

Um die Verlässlichkeit der mit dem Messverfahren ermittelten Schichtdicke weiter zu erhöhen, könnte die Auswertung des Amplitudenspektrums der Reflexion um weitere Prinzipien erweitert werden. Wie in Unterabschnitt 3.3 erläutert und mit Gleichung 88

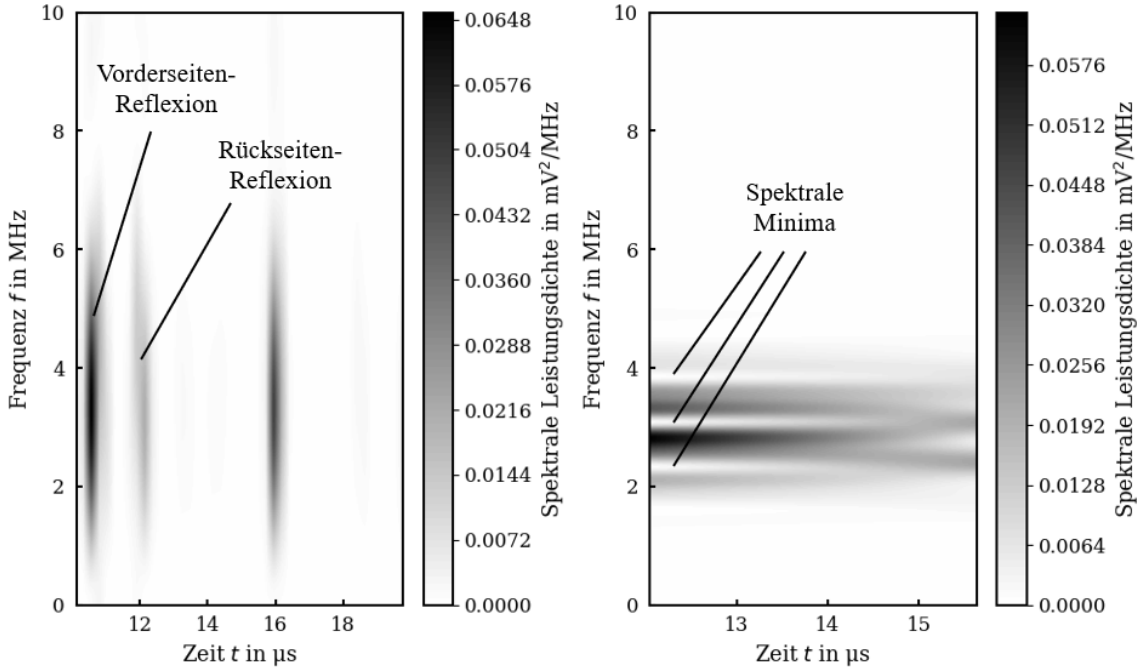


Abb. 8.1: Spektrogramm des Empfangssignals für das planare Knochen-Wasser-Titan-System bei $h = 940\,\mu\text{m}$ mit Fensterlänge $0,256\,\mu\text{s}$ (links) bzw. $4,096\,\mu\text{s}$ (rechts)

beschrieben, ist es ebenso möglich, die gewünschten Informationen zu Schichtdicke und stofflichen Eigenschaften der Zwischenschicht aus dem Phasenspektrum der Reflexion zu erhalten. Abbildung 8.2 zeigt dieses für $h = 940\,\mu\text{m}$ am planaren Knochen-Wasser-Titan-System. Analog zum Amplitudenspektrum besteht auch das Phasenspektrum aus einer Kombination aus Phasenspektrum des Reflexionskoeffizienten und dem Phasenspektrum der einfallenden Welle, allerdings in diesem Fall nicht durch Multiplikation, sondern durch Subtraktion [26]. Die in den Minima im Amplitudenspektrum enthaltene Information ist demnach in den „kleinen Sprungstellen“ im Phasenspektrum ebenso enthalten, wie die der Form der Maxima des Amplitudenspektrums im Verlauf zwischen den Sprungstellen des Phasenspektrums. Um die Analyse des Phasenspektrums in das Messverfahren mit einzubeziehen, sind allerdings größere Anpassungen in der Datenverarbeitung nötig.

Für große Schichtdicken könnte, wenn die Reflexionen von Vorder- und Rückseite zeitlich separiert sind, zudem das klassische Time-of-Flight-Modell (siehe Unterabschnitt 3.4.3) mit einbezogen werden, um die Schichtdicke nach Gleichung 103 zu berechnen. Letztendlich kann die Verlässlichkeit des Messverfahrens auch dadurch erhöht werden, dass der Frequenzbereich, in dem das Spektrum der Zwischenschicht-Reflexion ausgewertet wird, vergrößert wird. Dann kann das am besten übereinstimmende theoretische

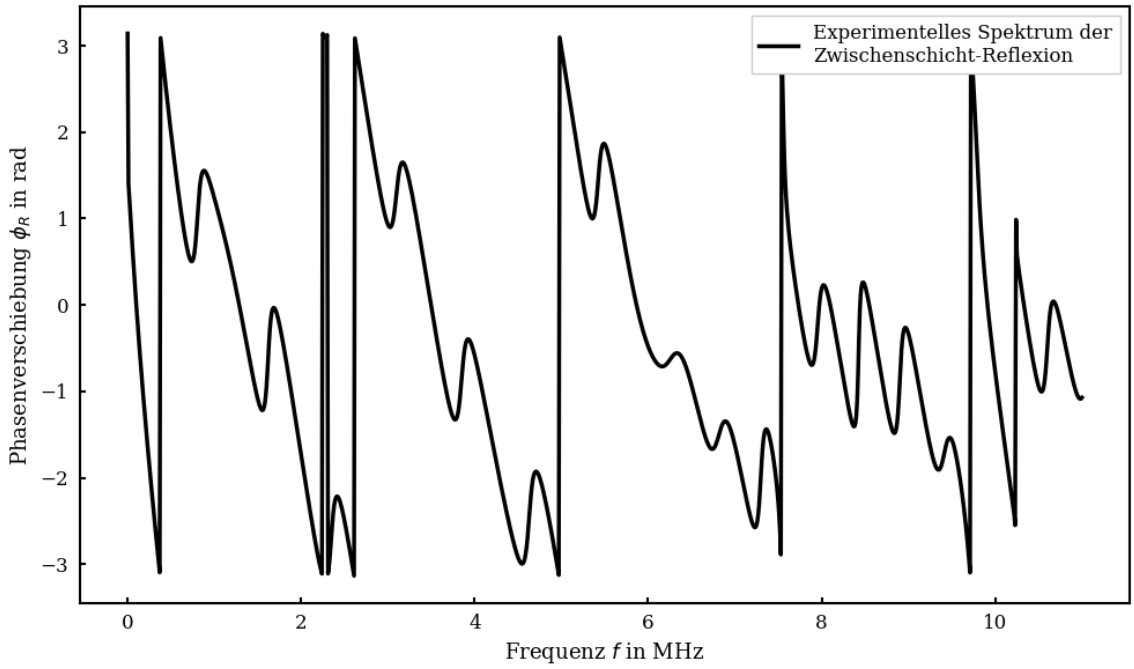


Abb. 8.2: Phasenspektrum der extrahierten Reflexion für das planare Knochen-Wasser-Titan-System bei $h = 940\,\mu\text{m}$

Spektrum zuverlässiger gefunden werden. Dazu benötigt man einen Schallwandler, der die Erzeugung eines noch breitbandigeren Wellenpakets ermöglicht.

Untersuchungen zur Biofilmbildung und -erkennung

Um das Messverfahren auch auf die Erkennung eines Bakterienfilms zwischen Knochen und Implantat anwenden zu können, sind noch einige weitere theoretische und experimentelle Überlegungen nötig.
Von der als flüssig angenommenen Zwischenschicht fließen letztlich die Dicke h, ihre Dichte ρ_0 und Kompressibilität χ_0 in die Berechnung des Reflexionskoeffizienten im Dreischichtsystem (siehe Gleichung 86) ein. Aus dem Verlauf des Reflexionskoeffizienten lassen sich jedoch nur zwei Informationen beziehen: die Lage f der spektralen Minima, nach Gleichung 102 bei

$$f = \frac{s\,c_0}{2h}$$

und die Schallkennimpedanz Z_0 der Schicht, die die Form der spektralen Maxima

bestimmt, nach Gleichung 45 mit

$$Z_0 = \rho_0 \, c_0$$

Setzt man jeweils Gleichung 5 ein, so erhält man die beiden Gleichungen

$$f = \frac{s}{2h\sqrt{\rho_0 \, \chi_0}} \tag{113}$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\rho_0}{\chi_0}} \tag{114}$$

Letztlich erhält man also nur zwei Gleichungen für drei Variablen, es ist also nicht möglich, alle drei Variablen gleichzeitig zu bestimmen, wenn man nicht mindestens eine der drei Größen genau kennt.
Anders ist die Situation, wenn man die Werte nicht absolut erfassen will, sondern lediglich eine Änderung von Schichtdicke, Dichte oder Kompressibilität erkennen möchte. Im Hinblick auf die Anwendung ist dies als eine Art Monitoring-System denkbar, welches permanent oder in regelmäßigen Abständen nach der Implantation der Prothese misst und somit Änderungen im Spektrum der Zwischenschicht-Reflexion erfassen könnte. Beobachtet man dann beispielsweise eine relativ starke Verschiebung der Minima, so lässt dies auf eine Schichtdickenänderung schließen, wenn man davon ausgeht, dass sich ρ_0 und χ_0 nur in geringem Maße ändern. Ändert sich hingegen gleichzeitig mit der Änderung der Minimalage die Form der Maxima, so kann auf eine Veränderung der stofflichen Zusammensetzung der Zwischenschicht geschlossen werden, verursacht z. B. durch einen Biofilm. Ebenso könnte aber auch das Einwachsen eines Implantats überwacht werden.
Zu beachten gilt es jedoch, dass eine Änderung von ρ_0 und χ_0 um exakt den gleichen Faktor bei gleichzeitiger Änderung von h um den inversen Faktor zu den exakt gleichen Werten für f und Z_0, also auch zum gleichen Spektrum führen würde.
Um diese Zusammenhänge jedoch experimentell nutzen zu können, ist es wesentlich, die biologischen Prozesse bei der septischen Lockerung im Detail zu verstehen. Aktuell sind diese aber noch Gegenstand der medizinischen Forschung [10]. In erster Linie muss es darum gehen, genau zwischen den strukturellen und stofflichen Eigenschaften der Zwischenschicht bei septischer und aseptischer Lockerung unterscheiden zu können. Lassen sich beispielsweise für die Zwischenschicht mit und ohne Biofilm jeweils Intervalle angeben, in denen ρ_0 und χ_0 liegen oder kann beispielsweise davon ausgegangen werden, dass sich nur eine der beiden Größen wesentlich unterscheidet, so kann auf Basis dieser Erkenntnisse über die Änderung im Spektrum ggf. eine Biofilmbildung erkannt werden.
Fraglich ist jedoch, ob sich ein Biofilm im Hinblick auf seine akustischen Eigenschaften

in hinreichendem Maße vom umliegenden Gewebe in der Zwischenschicht unterscheidet, sodass eine zuverlässige Erkennung möglich ist.

Anpassung des zugrunde liegenden analytischen Modells

Geht man nun davon aus, dass die erforderlichen Informationen zu den stofflichen Eigenschaften zur Erkennung eines Biofilms bekannt sind, so muss das entwickelte Messverfahren in der Lage sein, kleinste Änderungen in der Form der spektralen Minima zu erkennen. Wie in Unterabschnitt 6.5.3 diskutiert, spiegelt das zugrunde liegende Modell die reale Situation jedoch noch nicht vollständig wieder, sodass theoretisches und experimentelles Spektrum insbesondere an den Flanken der Maxima in einem gewissen Maße voneinander abweichen. Um diese Abweichung zu minimieren, muss das Modell entsprechend verbessert werden. Beispielsweise muss die Dämpfung in der Schicht ebenso mit einbezogen werden wie die realen Geometrien und ein künstlich erzeugtes Messrauschen, aber auch eine Modellierung des Schallfeldes, um den Anteil der Dissipation zu berücksichtigen.
Um solche Einflüsse besser beurteilen zu können, kann alternativ zu dem in dieser Arbeit vorgestellten analytischen Ansatz auch ein Modell aufgesetzt werden, welches die Reflexion im Dreischichtsystem durch eine Überlagerung der zeitlich verzögerten Einzelreflexionen an den Grenzschichten in Form einer mathematischen Reihe abbildet. Dies ermöglicht eine Betrachtung im Zeitbereich, da bei gegebenem einfallenden Wellenpaket das reflektierte Wellenpaket theoretisch berechnet und mit dem experimentell ermittelten verglichen werden kann. Zudem eröffnet sich dadurch auch die Möglichkeit, nicht alle Mehrfachreflexionen an der Zwischenschicht mit einzubeziehen, indem die Reihe nach einem bestimmten Glied abgebrochen wird. Gegebenenfalls können der Vergleich im Zeit- und Frequenzbereich auch kombiniert werden, um ein optimales Messergebnis zu erzielen.
Mithilfe einer analytischen Fehlerfortpflanzungsrechnung für das Gesamtsystem kann zudem festgestellt werden, für die Änderung welcher fehlerbehafteten Größen das Modell besonders anfällig ist und beispielsweise auch, ob das Amplituden- oder das Phasenspektrum robuster auf Änderungen reagiert.
Schlussendlich kann auch die Nutzung von KI-Algorithmen gegebenenfalls ein Weg sein, um z. B. die Bildung eines Biofilms anhand charakteristischer Änderungen des Empfangssignals zu erkennen, auch wenn der Vergleich zwischen theoretischem und experimentellem Spektrum nicht zum gewünschten Ergebnis führt.

Untersuchung alternativer Messverfahren

Sollte es trotz der genannten Anpassungen des Messverfahrens nicht möglich sein,

verlässliche Ergebnisse für Schichtdicke und Bildung eines Biofilms zu erlangen, so könnte das Messverfahren auch grundlegender geändert werden.
Würde man den verwendeten Schallwandler beispielsweise, statt ihn außen auf den Oberschenkel aufzusetzen, in den Prothesenschaft integrieren, so müsste der Schall lediglich das in seinen Eigenschaften genau bekannte Prothesenmaterial mit seiner geometrisch idealen Oberfläche durchdringen, bevor er an der Zwischenschicht zurückreflektiert wird. Sämtliche störende Reflexionen durch Haut-, Fett-, Muskel- und Knochengewebe, die inhomogen und individuell jeweils unterschiedlich beschaffen sind, könnten damit vermieden werden. Der Wandler müsste allerdings sehr klein ausgeführt werden und mithilfe einer drahtlosen Datenübertragungstechnik angesteuert werden können. Dann jedoch könnte er, durch seine stets gleiche Position im Implantat, insbesondere beim Erkennen einer Änderung der Schichteigenschaften deutliche Vorteile im Vergleich zu einem außen aufgesetzten Schallwandler aufweisen.
Um hingegen die Problematik der nicht unabhängig möglichen Bestimmung von Dicke und Schallgeschwindigkeit der Zwischenschicht aufzulösen, kommt der Einsatz dispersiver geführter akustischer Wellen in Frage. Da sich deren Geschwindigkeit in einem Medium mit der Frequenz ändert, eröffnet dies prinzipiell die Möglichkeit, Dicke und Schallgeschwindigkeit der Zwischenschicht unabhängig voneinander in ein und derselben Messung zu ermitteln. Erste Ansätze der Nutzung geführter akustischer Wellen zur Beurteilung von Knocheneigenschaften sind in der Literatur bereits zu finden [55].

Literaturverzeichnis

[1] Manfred Krukemeyer und Gunnar Möllenhoff, Hrsg. *Endoprothetik: Ein Leitfaden für den Praktiker*. 3., aktualisierte und erw. Aufl. Berlin und Boston: De Gruyter, 2013. ISBN: 978-311-028-699-1.

[2] Alexander Katzer und Jochen F. Löhr. „Frühlockerung von Hüftgelenkendoprothesen“. In: *Deutsches Ärzteblatt* 100.12 (2003), S. 784–790.

[3] M. J. Breitenseher u. a. „Bildgebung bei Hüftprothesen“. In: *Der Radiologe* 42.6 (2002), S. 474–479. DOI: 10.1007/s00117-002-0754-x.

[4] A. P. Georgiou und J. L. Cunningham. „Accurate diagnosis of hip prosthesis loosening using a vibrational technique“. In: *Clinical Biomechanics* 16.4 (2001), S. 315–323. DOI: 10.1016/S0268-0033(01)00002-X.

[5] Elke Jeschke und Christian Günster. „Wenn Komplikationen nicht ausbleiben“. In: *Orthopädie und Unfallchirurgie* 8.5 (2018), S. 30–32. DOI: 10.1007/s41785-018-0640-z.

[6] D. Ch. Wirtz und F. U. Niethard. „Ursachen, Diagnostik und Therapie der aseptischen Hüftendoprothesenlockerung – eine Standortbestimmung“. In: *Zeitschrift für Orthopädie und Unfallchirurgie* 135 (1997), S. 270–280. DOI: 10.1055/s-2008-1039388.

[7] Martin Rinio. *Wechseloperation bei Lockerung der Hüftprothese: Revision*. URL: https://gelenk-klinik.de/hueftgelenk/hueft-operation/wechsel-hueftprothese.html (besucht am 05. 06. 2022).

[8] C. M. Lüdemann, N. Schütze und M. Rudert. „Diagnostik der infizierten Hüftendoprothese“. In: *Operative Orthopädie und Traumatologie* 27.3 (2015), S. 237–251. DOI: 10.1007/s00064-015-0362-3.

[9] Catherine Cyteval und Aurélie Bourdon. „Imaging orthopedic implant infections“. In: *Diagnostic and interventional imaging* 93.6 (2012), S. 547–557. DOI: 10.1016/j.diii.2012.03.004.

[10] C. Wagner und G. M. Hänsch. „Pathophysiologie der implantatassoziierten Infektion: Vom Biofilm zur Osteolyse und septischen Lockerung“. In: *Der Orthopäde* 44.12 (2015), S. 967–973. DOI: 10.1007/s00132-015-3183-z.

[11] Cathrine Ruther u. a. „Current Possibilities for Detection of Loosening of Total Hip Replacements and How Intelligent Implants Could Improve Diagnostic Accuracy“. In: *Recent Advances in Arthroplasty*. Hrsg. von Samo Fokter. InTech, 2012, S. 363–386. ISBN: 978-953-307-990-5.

[12] Arash Arami u. a. „Knee Implant Loosening Detection: A Vibration Analysis Investigation“. In: *Annals of biomedical engineering* 46.1 (2018), S. 97–107. DOI: 10.1007/s10439-017-1941-2.

[13] A. Rowlands, F. A. Duck und J. L. Cunningham. „Bone vibration measurement using ultrasound: application to detection of hip prosthesis loosening“. In: *Medical engineering & physics* 30.3 (2008), S. 278–284. DOI: 10.1016/j.medengphy.2007.04.017.

[14] Cathérine Ruther u. a. „Investigation of a passive sensor array for diagnosis of loosening of endoprosthetic implants“. In: *Sensors* 13.1 (2012), S. 1–20. DOI: 10.3390/s130100001.

[15] Pascal Laugier und Guillaume Haïat, Hrsg. *Bone Quantitative Ultrasound*. 1. Aufl. Dodrecht: Springer, 2011. ISBN: 978-94-007-8990-6.

[16] Marc-Antoine Krieg u. a. „Quantitative ultrasound in the management of osteoporosis: the 2007 ISCD Official Positions“. In: *Journal of Clinical Densitometry* 11.1 (2008), S. 163–187. DOI: 10.1016/j.jocd.2007.12.011.

[17] Kok-Yong Chin und Soelaiman Ima-Nirwana. „Calcaneal quantitative ultrasound as a determinant of bone health status: what properties of bone does it reflect?“ In: *International Journal of Medical Sciences* 10.12 (2013), S. 1778–1783. DOI: 10.7150/ijms.6765.

[18] Kay Raum u. a. „Ultrasound to assess bone quality“. In: *Current Osteoporosis Reports* 12.2 (2014), S. 154–162. DOI: 10.1007/s11914-014-0205-4.

[19] T. Pialucha, C. C. H. Guyott und P. Cawley. „Amplitude spectrum method for the measurement of phase velocity“. In: *Ultrasonics* 27.5 (1989), S. 270–279. DOI: 10.1016/0041-624X(89)90068-1.

[20] Changyi Zhu und Vikram K. Kinra. „A New Technique for Time-Domain Ultrasonic NDE of Thin Plates“. In: *Journal of Nondestructive Evaluation* 12.2 (1993), S. 121–131. DOI: 10.1007/BF00567568.

[21] T. Pialucha und P. Cawley. „The detection of thin embedded layers using normal incidence ultrasound“. In: *Ultrasonics* 32.6 (1994), S. 431–440. DOI: 10.1016/0041-624X(94)90062-0.

[22] V. K. Kinra u. a. „Simultaneous measurement of the acoustical properties of a thin-layered medium: The inverse problem“. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 95.6 (1994), S. 3059–3074. DOI: 10.1121/1.409998.

[23] R. S. Dwyer-Joyce, B. W. Drinkwater und C. J. Donohoe. „The measurement of lubricant–film thickness using ultrasound“. In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 459 (2003), S. 957–976. DOI: 10.1098/rspa.2002.1018.

[24] R. S. Dwyer-Joyce, P. Harper und B. W. Drinkwater. „A Method for the Measurement of Hydrodynamic Oil Films Using Ultrasonic Reflection“. In: *Tribology Letters* 17.2 (2004), S. 337–348. DOI: 10.1023/B:TRIL.0000032472.64419.1f.

[25] R. S. Dwyer-Joyce, T. Reddyhoff und B. W. Drinkwater. „Operating Limits for Acoustic Measurement of Rolling Bearing Oil Film Thickness“. In: *Tribology Transactions* 47.3 (2004), S. 366–375. DOI: 10.1080/05698190490455410.

[26] T. Reddyhoff u. a. „The Phase Shift of an Ultrasonic Pulse at an Oil Layer and Determination of Film Thickness“. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology* 219.6 (2005), S. 387–400. DOI: 10.1243/135065005X34044.

[27] T. Reddyhoff, R. S. Dwyer-Joyce und P. Harper. „A New Approach for the Measurement of Film Thickness in Liquid Face Seals“. In: *Tribology Transactions* 51.2 (2008), S. 140–149. DOI: 10.1080/10402000801918080.

[28] T. Reddyhoff u. a. „Auto-calibration of ultrasonic lubricant-film thickness measurements“. In: *Measurement Science and Technology* 19.4 (2008), S. 045402. DOI: 10.1088/0957-0233/19/4/045402.

[29] Tao Geng u. a. „An extended ultrasonic time-of-flight method for measuring lubricant film thickness“. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology* 229.7 (2015), S. 861–869. DOI: 10.1177/1350650115571994.

[30] Karl-Dieter Heller. *Endoprothetik*. URL: https://orthinform.de/lexikon/endoprothetik (besucht am 06. 06. 2022).

[31] Martin Rinio. *Hüftprothese: Vorteile, Haltbarkeit und Prothesenmodelle der künstlichen Hüfte*. URL: https://gelenk-klinik.de/hueftoperation/hueftprothese/hueft-tep-kuenstliches-hueftgelenk.html (besucht am 06. 06. 2022).

[32] Friedrich Anderhuber, Franz Pera und Johannes Streicher, Hrsg. *Waldeyer – Anatomie des Menschen: Lehrbuch und Atlas in einem Band*. 19., vollst. überarb. und aktualis. Aufl. Berlin: De Gruyter, 2012. ISBN: 978-311-022-863-2.

[33] Tanvir Faisal und Yunhua Luo. „Study of stress variations in single-stance and sideways fall using image-based finite element analysis“. In: *Bio-medical materials and engineering* 27 (2016), S. 1–14. DOI: 10.3233/BME-161563.

[34] L. Weiser u. a. „The role of inter-prosthetic distance, cortical thickness and bone mineral density in the development of inter-prosthetic fractures of the femur: A biomedical cadaver study“. In: *The Bone and Joint Journal* 96.2 (2014), S. 1378–1384. DOI: 10.1302/0301-620X.96B10.33461.

[35] Dorothy A. Nelson u. a. „Comparison of cross-sectional geometry of the proximal femur in white and black women from Detroit and Johannesburg“. In: *Journal of bone and mineral research* 19.4 (2004), S. 560–565. DOI: 10.1359/JBMR.040104.

[36] Peter Augat und Sandra Schorlemmer. „The role of cortical bone and its microstructure in bone strength“. In: *Age and Ageing* 35.2 (2006), S. ii27–ii31. DOI: 10.1093/ageing/afl081.

[37] Furqan A. Shah, Peter Thomsen und Anders Palmquist. „Osseointegration and current interpretations of the bone-implant interface“. In: *Acta Biomaterialia* 84 (2019), S. 1–15. DOI: 10.1016/j.actbio.2018.11.018.

[38] D. Puleo. „Understanding and controlling the bone–implant interface“. In: *Biomaterials* 20 (1999), S. 2311–2321. DOI: 10.1016/S0142-9612(99)00160-X.

[39] S. B. Goodman und J. Gallo. „Periprosthetic Osteolysis: Mechanisms, Prevention and Treatment“. In: *Journal of clinical medicine* 8.12 (2019), S. 2091. DOI: 10.3390/jcm8122091.

[40] S. B. Goodman u. a. „Cellular profile and cytokine production at prosthetic interfaces“. In: *The Journal of Bone and Joint Surgery. British volume* 80-B.3 (1998), S. 531–539. DOI: 10.1302/0301-620X.80B3.0800531.

[41] Seppo Santavirta u. a. „Immunopathological response to loose cementless acetabular components“. In: *The Journal of Bone and Joint Surgery* 73.1 (1991), S. 38–42. DOI: 10.1302/0301-620X.73B1.1991772.

[42] Alexander Franck. Persönliche Mitteilung. 2022.

[43] R. Puers u. a. „A telemetry system for the detection of hip prosthesis loosening by vibration analysis“. In: *Sensors and Actuators A: Physical* 85.1-3 (2000), S. 42–47. DOI: 10.1016/S0924-4247(00)00320-4.

[44] Sebastian Sauer u. a. „Medical Wireless Vibration Measurement System for Hip Prosthesis Loosening Detection“. In: *Sensordevices 2012*. Hrsg. von Sergey Yurish. Wilmington, Delaware, USA: IARIA, 2012. ISBN: 978-161-208-208-0.

[45] Reinhard Lerch. *Elektrische Messtechnik*. Berlin, Heidelberg: Springer Vieweg, 2016. ISBN: 978-3-662-46940-8.

[46] Reinhard Lerch, Gerhard Sessler und Dietrich Wolf. *Technische Akustik*. Berlin, Heidelberg: Springer Vieweg, 2009. ISBN: 978-3-540-23430-2.

[47] P. N. T. Wells, Hrsg. *Ultraschall in der medizinischen Diagnostik*. Reprint 2019. Berlin und Boston: De Gruyter, 2019. ISBN: 978-311-084-437-5.

[48] Kanji Ono. „A Comprehensive Report on Ultrasonic Attenuation of Engineering Materials, Including Metals, Ceramics, Polymers, Fiber-Reinforced Composites, Wood, and Rocks“. In: *Applied Sciences* 10.7 (2020), S. 2230. DOI: 10.3390/app10072230.

[49] Horst Kuchling. *Taschenbuch der Physik*. 21. Auflage. Carl Hanser Verlag, 2014. ISBN: 978-3-446-44218-4.

[50] H. G. Tattersall. „The ultrasonic pulse-echo technique as applied to adhesion testing“. In: *Journal of Physics D: Applied Physics* 6.7 (1973), S. 819–832. DOI: 10.1088/0022-3727/6/7/305.

[51] Olympus Scientific Solutions Americas Corp. *Ultrasonic Transducers*. Katalog. 2016.

[52] Ziemowit Klimonda u. a. „Spatial and Frequency Compounding in Application to Attenuation Estimation in Tissue“. In: *Archives of Acoustics* 39.4 (2015), S. 519–527. DOI: 10.2478/aoa-2014-0056.

[53] Adelchi Azzalini und Antonella Capitanio. *The Skew-Normal and Related Families*. 3. Aufl. New York: Cambridge University Press, 2013. ISBN: 978-1-107-02927-9.

[54] Joseph L. Rose. *Ultrasonic Guided Waves in Solid Media*. Cambridge University Press, 2014. ISBN: 978-1-107-04895-9.

[55] Maryline Talmant, Josquin Foiret und Jean-Gabriel Minonzio. „Guided waves in cortical bone“. In: *Bone Quantitative Ultrasound*. Hrsg. von Pascal Laugier und Guillaume Haïat. Dodrecht: Springer, 2011, S. 147–179. ISBN: 978-94-007-8990-6.

[56] L. Klein AG. *Cobalt CCM: Kobalt-Chrom-Molybdän-Legierung, austenitisch, korrosionsbeständig*. URL: http://www.kleinmetals.ch/shop/datenblatt/D/751.pdf (besucht am 19. 06. 2022).

[57] Leili Salehi. „Nonlinear tomographic reconstruction of elastic properties of isotropic solid materials from ultrasound measurements“. Dissertation. Bochum: Ruhr Universität, 2016. URL: https://hss-opus.ub.ruhr-unibochum.de/opus4/frontdoor/deliver/index/docId/5208/file/diss.pdf.

[58] E. A. Ginzel und S. Zhu. „A new Elastomeric Wedge or Delayline Material“. In: *e-Journal of Nondestructive Testing* 14.2 (2009). ISSN: 1435-4934.

[59] Haim Azhari. *Basics of biomedical ultrasound for engineers*. John Wiley & Sons, 2010. ISBN: 978-047-046-547-9.

[60] Wolfgang Schlegel, Christian P. Karger und Oliver Jäkel. *Medizinische Physik*. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum, 2018. ISBN: 978-3-662-54800-4.

A. Mechanische und akustische Kennwerte ausgewählter Materialien

Tab. A.1: Einige mechanische Kennwerte ausgewählter Materialien

Material/ Medium	**Dichte** kg/m^3	**Elastizitätsmodul** GPa	**Poisson-Zahl**	**Kompressibilität** GPa
Aluminium [49]	2702	70	0.34	-
Titan [49]	4150	110	0.35	-
Kobalt-Chrom-Molybdän-Legierung [56]	8290	241	0.3	-
Knochen (Substantia corticalis) [57]	1800 ... 1990	13 ... 18.2	0.22 ... 0.42	-
Knochen (Substantia trabecularis) [57]	1450 ... 1886	0.13 ... 8.3	0.23 ... 0.3	-
Aqualene®[58]	920	1.58	0.337	-
Wasser [49]	998	-	-	0.47
Glycerin [49]	1261	-	-	0.22
Haut [59]	1150	-	-	
Fettgewebe [59]	950	-	-	
Muskelgewebe [59]	1065	-	-	

Tab. A.2: Einige akustische Kennwerte ausgewählter technischer und organischer Materialien

Material/ Medium	**Schallgeschwindigkeit** m/s	**Schallkennimpedanz** MNs/m^3	**Dämpfungskonstante** dB/(cm*MHz)
Aluminium	6315	17.1	0.014 ... 0.15 [48]
Titan(-Legierung)	6522	27.1	0.15 ... 0.70 [48]
Kobalt-Chrom-Molybdän-Legierung	6256	51.9	-
Knochen (Substantia corticalis)	3432	6.50	1 ... 10 [57]
Knochen (Substantia trabecularis)	1701	2.84	10 ... 40 [57]
Aqualene®	1616	1.49	2.8 dB/cm bei 5 MHz [58]
Wasser	1460	1.46	0.002 [60]
Glycerin	1899	2.39	-
Haut	1730 [59]	1.99	-
Fettgewebe	1460 [60]	1.39	0.8 [60]
Muskelgewebe	1580 [60]	1.68	1.2 [60]

Hinweis: Die Schallgeschwindigkeit wurde bei sämtlichen Materialien außer Haut, Fett- und Muskelgewebe aus den Kennwerten in Tabelle A.1 über Gleichung 34 bzw. Gleichung 5 berechnet, wobei bei Werteintervallen jeweils das arithmetische Mittel der Intervallgrenzen verwendet wurde. Ebenso wurden aus Gleichung 45 die Schallkennimpedanzen aller Materialien berechnet.

B. Datenblatt des Ultraschall-Prüfkopfs C384-SU von Olympus

OLYMPUS

Tel: 781-419-3900
www.olympus-ims.com

TRANSDUCER DESCRIPTION

PART NO.: C384
SERIAL NO: 1026171
DESIGNATION: IMMERSION

FREQUENCY: 3.50 MHz
ELEMENT SIZE: .25 in. DIA.

TEST INSTRUMENTATION

FLAW DETECTOR: Epoch 600; S/N: 130523508
TEST PROGRAM: TP103-4
CABLE: RG-58 A/U LENGTH: 4FT

TEST CONDITIONS

PULSER SETTING: Energy: 100 Volt; Damping: 100 Ohm; Shape: Spike
RECEIVER SETTING: Gain: 13 dB; Filter: DC - 10.0 MHz
TARGET: 2.0 IN SILICA
JOB CODE: TP200

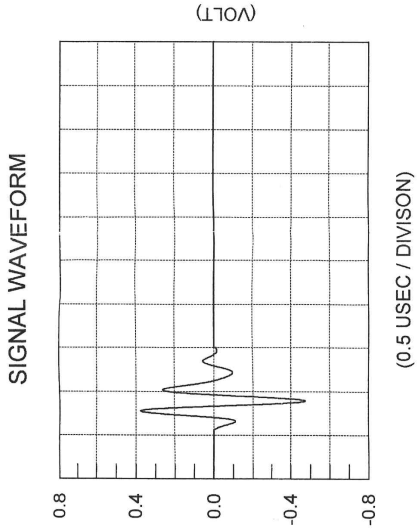
WATER PATH: 0.999 in

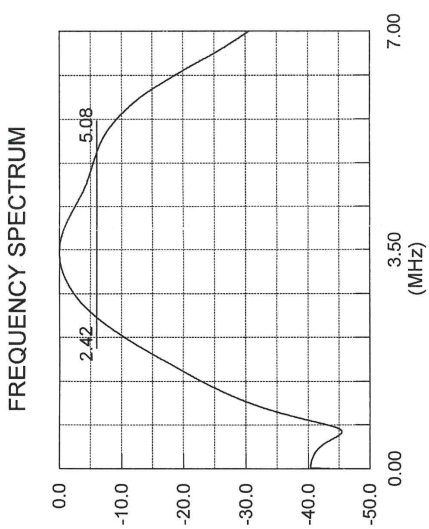
MEASUREMENTS PER ASTM E1065

WAVEFORM DURATION:
-14DB LEVEL -- 0.584 US
-20DB LEVEL -- 0.760 US
-40DB LEVEL -- 0.935 US

SPECTRUM MEASURANDS:
CENTER FREQ. ----- 3.75 MHz
PEAK FREQENCY -- 3.45 MHz
-6DB BANDWIDTH -- 71.00 %
F#: 3.8

COMMENTS:





** ACCEPTED

TECHNICIAN (2)

DATE: 12-29-2015

TP103 Rev. A

C. Python-Funktionen zur Datenverarbeitung

In Tabelle C.1 finden sich zunächst sämtliche Funktionsnamen und -beschreibungen zur automatisierten Ausführung der in Abschnitt 5 beschriebenen Datenverarbeitungsalgorithmik in Python. Anschließend folgt, für alle Funktionen in alphabetischer Reihenfolge, der Programmcode.

Tab. C.1: Namen und Beschreibung der Python-Funktionen zur automatisierten Datenverarbeitung

Name	**Beschreibung**
Calc_FFT	Berechnet die normierte, um den Gleichanteil bereinigte diskrete Fourier-Transformation eines Signals (in einem bestimmten Zeitintervall).
Envelope_via_Hilbert	Berechnet die Einhüllende eines Signals über die Hilbert-Transformation.
Envelope_via_Skew-Norm	Berechnet die Einhüllende eines Signals durch Anfitten einer schiefen Normalverteilung an die Werte der lokalen Maxima.
Fit_Theoretical_to_-Experimental_Spectrum	Führt mit den für die übergebenen Materialparameter berechneten theoretischen Spektren der Zwischenschicht-Reflexion einen nichtlinearen Fit an das experimentell ermittelte Spektrum durch, um die Schichtdicke h zu bestimmen.
Identify_FFT_Interval	Ermittelt das optimale Zeitintervall innerhalb eines gegebenen Suchbereichs im Empfangssignal, um eine diskrete Fourier-Transformation durchzuführen.
NonlinearFit	Erzeugt einen nichtlinearen Fit aus gegebenen x-y-Werten und einer Fit-Funktion mit freien Parametern.
Plot_Raw_Signal_-and_FFT	Stellt Empfangssignale und deren Spektren (inklusive Einhüllende) in einer gemeinsamen Abbildung dar.
Plot_Results_Compact	Stellt Empfangssignal mit extrahierter Reflexion sowie experimentelles und theoretisches Spektrum der Zwischenschicht-Reflexion mit ermittelter Schichtdicke kompakt dar.

Name	Beschreibung
Read_Measurement_-Data	Liest den Datensatz einer Messung am Oszilloskop (Sende-, Empfangs- und Triggersignal) mit dem ISAT-Messprogramm 2.0 ein.
Sound_Impedance	Berechnet die Schallkennimpedanz eines Materials unter Angabe von Schallgeschwindigkeit und Dichte.
Sound_Velocity	Berechnet die Schallgeschwindigkeit (ggf. longitudinal oder transversal) in einzelnen Materialien nach Angabe der charakteristischen Materialparameter.
TLS_LiquidSpring	Berechnet den Betrag des Reflexionskoeffizienten im Dreischichtsystem unter Verwendung der Liquid-Spring-Näherung für verschiedene Schichtdicken bzw. Frequenzen.
TLS_ReflectionCoefficient	Berechnet den komplexen Reflexionskoeffizienten im Dreischichtsystem (Three-layer system) nach dem analytischen Modell aus den Schallkennimpedanzen der einzelnen Schichten und der Schallgeschwindigkeit der Zwischenschicht für gegebene Schichtdicken bzw. Frequenzen.
TLS_Theory	Berechnet die analytische Lösung des Reflexionskoeffizienten (Betrag) im Dreischichtsystem (ggf. unter Nutzung der Liquid-Spring-Näherung) direkt aus den grundlegenden Materialparametern der einzelnen Schichten.

```
"""
-*- coding: utf-8 -*-
"""

import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import matplotlib.gridspec as spec
import os
import scipy.signal as scisig
import scipy.integrate as sciing
import scipy.optimize as spop
import time
import math
import sys


def Calc_FFT(Signal, dt, N_FFT='auto', Intervall=['min', 'max'], Frequenzintervall=['min', 'max'],
             Hanning=False):
    '''
    Berechnet die normierte, um den Gleichanteil bereinigte diskrete Fourier-Transformation eines
    Signals (in einem bestimmten Zeitintervall).
```

```
    Parameters
    ----------
    Signal : NP.NDARRAY
        Zeitsignal für die FFT.
    dt : FLOAT
        Zeitschritt der Messung.
    N_FFT : INT, optional
        Anzahl der Stützpunkte der FFT ('Zero-Padding'). The default is 'auto', also die Länge des
        Signals.
    Intervall : LIST, optional
        Begrenztes Zeitintervall des Signals für die FFT in s. The default is ['min', 'max'], also
        die gesamte Länge.
    Hanning : BOOL, optional
        Hanning-Fenster über das Messintervall. The default is False.
    Frequenzintervall : LIST, optional
        Begrenzt den erzeugten Frequnezarray und die FFT auf ein vorgegebenes Frequenzintervall.
        The default is ['min', 'max'], also 1/(dt*N_FFT).

    Returns
    -------
    f : NP.NDARRAY
        Frequenzarray.
    FFT : NP.NDARRAY
        Amplitudenspektrum.
    Intervall : LIST
        Zeitintervall für die FFT.

    '''

    if Intervall[0] != 'min' and Intervall[1] != 'max':
        Signal = Signal[int(Intervall[0] / dt):int(Intervall[1] / dt)] # Bereich für FFT begrenzen
    else:
        Intervall = [0, dt*len(Signal)]

    Signal = Signal - np.mean(Signal) # Gleichanteil eliminieren
    if Hanning == True:
        Signal = np.hanning(len(Signal)) * Signal # Hanning-Fenster über Bereich für FFT
    if N_FFT == 'auto':
        N_FFT = len(Signal)
    FFT = abs(np.fft.fft(Signal, n=int(N_FFT))) # FFT berechnen
    FFT = 2 / len(Signal) * FFT; FFT[0] / 2 # FFT normieren
    f = np.arange(0, 1/dt, 1/(dt*N_FFT)) # Frequenzarray erstellen

    if Frequenzintervall[0] != 'min' and Frequenzintervall[1] != 'max':
        FFT = FFT[np.where(f >= Frequenzintervall[0])[0][0]:np.where(f > Frequenzintervall[1])[0][0]]
        f = f[np.where(f >= Frequenzintervall[0])[0][0]:np.where(f > Frequenzintervall[1])[0][0]]

    return f, FFT, Intervall

def Envelope_via_Hilbert(Signal):
    '''
    Berechnet die Einhüllende eines Signals über die Hilbert-Transformation.

    Parameters
    ----------
    Signal : NP.NDARRAY
        Signal.

    Returns
```

```
    -------
    env : NP.NDARRAY
        Einhüllende des Signals.

    '''
    Hil = scisig.hilbert(Signal) # Analytisches Signal
    env = abs(Hil) # Einhüllende

    return env

def Envelope_via_SkewNorm(Signal, Bezugsachse):
    '''
    Berechnet die 'Einhüllende' eines Signals durch Anfitten einer schiefen Normalverteilung an die
    Werte der lokalen Maxima mittels nichtlinearer Regression.

    Parameters
    ----------
    Signal : NP.NDARRAY
        Signal.
    Bezugsachse : NP.NDARRAY
        x-Achse, z. B. Zeit oder Frequenz.

    Returns
    -------
    Skew_Fit : NP.NDARRAY
        Fenster aus den lokalen Maxima, bezogen auf die Bezugsachse.

    '''
    Bezugsachse_Norm4 = 4*(Bezugsachse-min(Bezugsachse))/\
        (max(Bezugsachse)-min(Bezugsachse)) # Normalverteilung ist 4 x-Einheit breit

    Ids_Signal_Max = scisig.argrelextrema(Signal, np.greater)[0] # Indizes der lok. Maxima im Signal
    if Ids_Signal_Max[0] != 0: # 0 wird stets dazugenommen, um Fehler im Fit zu vermeiden
        Ids_Signal_Max = np.concatenate((np.array([0]), Ids_Signal_Max))
    Signal_Max = Signal[Ids_Signal_Max] # Werte der lokalen Maxima

    if np.count_nonzero(Signal_Max >= 0.15*max(Signal)) <= 2: # nur ein großes Max. => weitere Punkte
        Ids_Add1 = np.where(Signal >= 0.25*max(Signal))[0][0] # Punkt bei 25 % des glob. Max.
        Ids_Add2 = np.where(Signal >= 0.5*max(Signal))[0][0] # Punkt bei 50 % des glob. Max.
        if np.all(np.logical_or(scisig.argrelextrema(Signal, np.less)[0] < Ids_Add1,
                                scisig.argrelextrema(Signal, np.less)[0] > Ids_Add2)):
            Ids_Order = np.searchsorted(Ids_Signal_Max, np.array([Ids_Add1, Ids_Add2]))
            Ids_Signal_Max = np.insert(Ids_Signal_Max, Ids_Order, np.array([Ids_Add1, Ids_Add2]))
        else:
            Ids_Order = np.searchsorted(Ids_Signal_Max, Ids_Add1)
            Ids_Signal_Max = np.insert(Ids_Signal_Max, Ids_Order, Ids_Add1)
        Signal_Max = Signal[Ids_Signal_Max]

    Bedingung = np.isin(Signal, Signal_Max) # lokale Maxima in Signalverlauf
    x_Skew = np.extract(Bedingung, Bezugsachse_Norm4)
    y_Skew = np.extract(Bedingung, Signal)

    def Fit_Function(x, skewness, location, scalex, scaley): # schiefe Normalverteilung mit 4 Par.
        def Int(t):
            return 1/np.sqrt(2*np.pi)*np.exp(-t**2/2) # Integral numerisch berechnen
        Integral = np.zeros(len(x))
        for i in range(len(x)): # Integral für jeden Wert des x-Arrays separat berechnen
            Integral[i] = sciing.quad(Int, -np.inf, skewness*(x[i]-location)/scalex)[0]
        return scaley*2/(scalex*np.sqrt(2*np.pi))*np.exp(-(x-location)**2/(2*scalex**2))*Integral
```

```
    x_Skew, Fit_Werte, Par = NonlinearFit(x_Skew, y_Skew, Fit_Function,
                                          Parameterschätzung=[0,
                                          Bezugsachse_Norm4[Signal==max(Signal)][0], 1, max(Signal)],
                                          Parametergrenzen=([-1.5, -np.inf, -np.inf, -np.inf],
                                                            [3, np.inf, np.inf, np.inf]),
                                          Parameter=True,
                                          Standardabweichungen=False) # Nichtlineare Regression
    skewness_Fit = Par[0]; location_Fit = Par[1]; scalex_Fit = Par[2]; scaley_Fit = Par[3]
    Skew_Fit = Fit_Function(Bezugsachse_Norm4, skewness_Fit, location_Fit, scalex_Fit,
                            scaley_Fit) # Ergebnis des Fits (Schiefe-Fenster)

    return Skew_Fit

def Fit_Theoretical_to_Experimental_Spectrum(f_E, FFT_E, Einhuellende, Kennwerte_1, Kennwerte_0,
                                             Kennwerte_2, Dickenintervall, Minimaintervall,
                                             Minimatoleranz, Plot_Abweichungen=False, Plot=False,
                                             Plot_Abweichungen_Speichern=False, Plot_Speichern=False):
    '''
    Führt mit dem für die übergebenen Materialparameter berechneten theoretischen
    Reflexionskoeffizientenspektrum eine nichtlineare Regression (Anpassung an den experimentellen
    Verlauf) durch, um die Schichtdicke h zu bestimmen. Dazu wird der theoretische Verlauf zunächst
    auf den experimentellen normiert und dann mit der Einhüllenden des experimentellen Verlaufs
    multipliziert, um schließlich den Fit durchzuführen. Dieser erfolgt durch Ermittlung der
    minimalen Summe der quadrierten Abweichungen aller Datenpunkte im angegeben Dickenintervall.
    Nach erfolgtem Fit wird geprüft, ob die Minima im Fit mit denen im experimentellen Spektrum
    übereinstimmen. Ist dies nicht der Fall, wird der nächstschlechtere Fit getestet usw., bis auch
    die Minima zusammenfallen.

    Parameters
    ----------
    f_E : NP.NDARRAY
        Frequenzarray des experimentellen Amplitudenspektrums.
    FFT_E : NP.NDARRAY
        FFT des experimentellenb Signals (in best. Zeitintervall).
    Einhuellende : NP.NDARRAY
        Einhüllende des experimentellen Signals (z. B. Spline djurch Maxima).
    Kennwerte_1 : DICT
        Materialkennwerte des ersten (vorderen) Festkörpers:
            'E':= Elastizitätsmodul in Pa; 'rho':= Dichte in kg/m^3; 'nu':= Poisson-Zahl.
    Kennwerte_0 : DICT
        Materialkennwerte der flüssigen Zwischenschicht:
            'chi':= Kompressibilität in 1/Pa; 'rho':= Dichte in kg/m^3.
    Kennwerte_2 : DICT
        Materialkennwerte des zweiten (hinteren) Festkörpers:
            'E':= Elastizitätsmodul in Pa; 'rho':= Dichte in kg/m^3; 'nu':= Poisson-Zahl.
    Dickenintervall : TUPLE
        Untere und obere Grenze der Schichtdicke, innerhalb der auf eine minimale Abweichug getestet
        werden soll.
    Minimaintervall : TUPLE
        Legt die untere und obere Grenze des Intervalls im Frequenzspektrum fest, in dem lokale
        Minima zur Kontrolle des durchgeführten Fits gesucht werden.
    Minimatoleranz : FLOAT
        Maximale Abweichung (Betrag) zwischen experimentellem und theoretischem Minimum im Spektrum.
    Plot_Abweichungen :  BOOL, optional
        Grafische Darstellung der Summe der quadrierten Abweichungen aller Datenpunkte in
        Abhängigkeit der getesteten Schichtdicken.
    Plot : BOOL, optional
        Grafische Darstellung der Regressions-Ergebnisse. The default is False.
    Plot_Abweichungen_Speichern : BOOL or STR
        Speichert den erzeugten Plot der ABweichungen Theorie-Experiment. Pfad in das
```

```
    Speicherverzeichnis. The default is False.
Plot_Speichern : BOOL or STR
    Speichert denerzeugten Plot. Pfad in das Speicherverzeichnis. The default is False.

Returns
-------
R_T_Fit : NP.NDARRAY
    Durch Regression ermittelter theoretischer Verlauf des Reflexionskoeffizienten.
R_T_Fit_Fenster : NP:NDARRAY
    Durch Regression ermittelter theoretischer Verlauf des durch die experimentelle Einhüllende
    gefensterten Reflexionskoeffizienten.
h_Fit : FLOAT
    Durch Regression ermittelte Schichtdicke.

'''
t1 = time.time()

# Alle 10 um im Schichtdickenintervall Fit durchführen und Abweichung zum Experiment berechnen

print('Führe nichtlineare Fits im angegebenen Schichtdickenintervall durch ...')
h_T = np.arange(Dickenintervall[0], Dickenintervall[1], 10e-6) # zu testende Schichtdicken ...
Abw_Huell = np.zeros(len(h_T)) # ... (Genauigkeit +/- 5 um)

def Fit_Function(h_T):
    R_T_von_f_E = TLS_Theory(f_E, h_T, Kennwerte_1, Kennwerte_0, Kennwerte_2, Plot=False)
    TheoNorm1 = (R_T_von_f_E-min(R_T_von_f_E))/(max(R_T_von_f_E)-
                                                min(R_T_von_f_E)) # Theorie normiert auf 1
    R_T_Huell = Einhuellende*TheoNorm1
    return R_T_Huell

for z in range(len(h_T)): # Summe aller quadr. Abw. zwischen Theorie und Experiment für jede Dicke
    R_T_Huell = Fit_Function(h_T[z])
    Abw_Huell[z] = sum((FFT_E - R_T_Huell)**2)

# Lokale Minima der Abweichung Fit-Experiment bestimmen und nach ihrem Abstand vom globalen ...
# ... Minimum sortieren

Minima_Abw_Huell_Indizes, = \
    scisig.argrelextrema(Abw_Huell, np.less) # Indizes der lokalen Minima im Abweichungsverlauf
Minima_Abw_Huell_Entfernung = Minima_Abw_Huell_Indizes - \
    np.where(Abw_Huell == min(Abw_Huell))[0][0] # Abstände der lokalen Minima zum globalen Minimum
Minima_Abw_Huell_Testfolge = np.take_along_axis(Minima_Abw_Huell_Indizes,
    np.argsort(abs(Minima_Abw_Huell_Entfernung)),
    axis=None) # Test der Minima von global ausgehend weiter weg

# Für jedes lokale Abweichungsminimum (ausgehend vom globalen Minimum) testen, ob die Minima ...
# ... von Fit und und Experiment nahe genug beieinander liegen (max. 0,1 MHz Abstand); wenn ...
# ... ja, dann Abbruch der Schleife

for i in range(len(Minima_Abw_Huell_Testfolge)):

    h_Fit = h_T[Minima_Abw_Huell_Testfolge[i]] # jew. am nächsten liegendes lok. Min. der Abweich.
    print(70*'-')
    print('Test der Schichtdicke (Passen Minima zueinander?): %d \u03BCm' %(h_Fit*1e6))
    R_T_Fit_Fenster = Fit_Function(h_Fit) # Ergebnis des Fits (gefenstert)

    # Minima im gegebenen Frequenzintervall finden (für Experiment und Fit)

    def Find_Spectral_Minima(Int_Start, Int_Stop):
        Minimaintervall_Indizes = np.where(np.logical_and(f_E >= Int_Start, f_E <= Int_Stop))
```

```
        Minima_Indizes_E, = \
            scisig.argrelextrema(FFT_E[Minimaintervall_Indizes], np.less) # finde lok. Min. in FFT
        Minima_Indizes_E = \
            Minimaintervall_Indizes[0][0] + Minima_Indizes_E # Min.-Indizes im urspr. Gesamt-Array
        Minima_Indizes_T, = scisig.argrelextrema(R_T_Fit_Fenster[Minimaintervall_Indizes],
                                                 np.less) # finde lokale Minima im Fit
        Minima_Indizes_T = \
            Minimaintervall_Indizes[0][0] + Minima_Indizes_T # Min.-Indizes im urspr. Gesamt-Array
        return Minima_Indizes_E, Minima_Indizes_T

    # Vergleich der Minima in Experiment (FFT_E) und Theorie (R_T_Fit_Fenster)

    for k in range(3): # Stimmt die Anzahl der Minima in FFT und Fit überein?
        if k == 0:
            Minima_Indizes_E, Minima_Indizes_T = \
                Find_Spectral_Minima(Minimaintervall[0], Minimaintervall[1])
        # Test, ob evtl. noch ein Minimum im Toleranzbereich unter der unteren Int.-grenze liegt
        elif k == 1:
            Minima_Indizes_E, Minima_Indizes_T = \
                Find_Spectral_Minima(Minimaintervall[0] - Minimatoleranz, Minimaintervall[1])
        # Test, ob evtl. noch ein Minimum im Toleranzbereich über der oberen Int.-grenze liegt
        else:
            Minima_Indizes_E, Minima_Indizes_T = \
                Find_Spectral_Minima(Minimaintervall[0], Minimaintervall[1] + Minimatoleranz)

        Minima_Anzahlkontrolle = len(Minima_Indizes_E) == len(Minima_Indizes_T)
        if Minima_Anzahlkontrolle == True:
            Check_Anzahl = True
            break
        Check_Anzahl = False

    if Check_Anzahl == True and len(Minima_Indizes_E) > 0:
        # Lagetest nur, wenn FFT und Theorie gleiche Minimaanzahl haben
        Minima_Lagekontrolle = \
            np.logical_and(f_E[Minima_Indizes_E] <= f_E[Minima_Indizes_T] + Minimatoleranz,
                           f_E[Minima_Indizes_E] >= f_E[Minima_Indizes_T] - Minimatoleranz)
        Check_Lage = np.all(Minima_Lagekontrolle)
        if Check_Lage == True: # True, wenn alle FFT-Minima in best. Intervall um Theorie-Minima
            print('FFT-Minima passen zu Fit-Minima. Ermittelte Schichtdicke: %d \u03BCm'\
                  %(h_Fit*1e6))
            break

    if i != len(Minima_Abw_Huell_Testfolge) - 1: # Minima passen nicht für diese Schichtdicke
        print('FFT-Minima passen nicht zu Fit-Minima. Erneuter Test ...')
    else: # Minima passen in keinem Fall -> Ende des Tests und Weiterarbeit mit globalem Minimum
        print('FFT-Minima passen in keinem Fall zum Fit. Rückgabe des besten Fits.')
        h_Fit = h_T[Minima_Abw_Huell_Testfolge[0]] # globales Maximum
        R_T_Fit_Fenster = Fit_Function(h_Fit)
        Minimaintervall_Indizes = np.where(np.logical_and(f_E >= Minimaintervall[0],
                                                          f_E <= Minimaintervall[1]))
        Minimaintervall_Start = np.argmax(f_E >= Minimaintervall[0])
        Minima_Indizes_E, = scisig.argrelextrema(FFT_E[Minimaintervall_Indizes], np.less)
        Minima_Indizes_E = Minimaintervall_Start + Minima_Indizes_E
        Minima_Indizes_T, = scisig.argrelextrema(R_T_Fit_Fenster[Minimaintervall_Indizes],
                                                 np.less)
        Minima_Indizes_T = Minimaintervall_Start + Minima_Indizes_T


R_T_Fit = TLS_Theory(f_E, h_Fit, Kennwerte_1, Kennwerte_0, Kennwerte_2,
                     Plot=False) # Ergbnis Fit (ungefenstert)
```

```
    R_T_Fit_Fenster = Fit_Function(h_Fit)

    # Diverse grafische Darstellungen

    if Plot_Abweichungen == True:
        plt.figure(figsize=(12.8, 7.2))
        plt.plot(h_T*1e6, Abw_Huell, ls='--', marker='o', color='tab:blue', label='Abweichungen')
        plt.plot(h_T[Minima_Abw_Huell_Indizes]*1e6, Abw_Huell[Minima_Abw_Huell_Indizes], ls='None',
                 marker='o', color='tab:red', label='lokale Minima im Abweichungsverlauf')
        plt.legend()
        plt.title('Abweichungen Theorie-Experiment')
        plt.xlabel('Schichtdicke in \u03BCm')
        plt.ylabel('Summe der quadrierten Abweichungen aller Datenpunkte')
        plt.minorticks_on()
        plt.ticklabel_format(axis='y', style='sci', scilimits=(0, 0))
        plt.grid()
        plt.tight_layout()
        plt.show()
        plt.pause(0.1)
        if type(Plot_Abweichungen_Speichern) == str:
            plt.savefig(Plot_Abweichungen_Speichern)

    if Plot == True:
        plt.figure(figsize=(12.8, 7.2))
        plt.plot(f_E*1e-6, FFT_E, label='FFT des Empfangssignals',
                 color='tab:blue') # FFT des Empfangssignals
        plt.plot(f_E[Minima_Indizes_E]*1e-6, FFT_E[Minima_Indizes_E], ls='None', marker='o',
                 label='Minima in FFT', color='tab:blue')
        plt.plot(f_E*1e-6, R_T_Fit_Fenster, label='Gefensterter theo. Refl.-koeff. durch Regression',
                 color='tab:red')
        plt.plot(f_E[Minima_Indizes_T]*1e-6, R_T_Fit_Fenster[Minima_Indizes_T], ls='None', marker='o',
                 label='Minima in Theorie', color='tab:red')
        R_T_Fit_Plot = \
            (R_T_Fit-min(R_T_Fit))*max(FFT_E)/max(R_T_Fit-min(R_T_Fit)) # wieder auf Exp. normieren
        plt.plot(f_E*1e-6, R_T_Fit_Plot, ls='--',
                 label='Theo. Refl.-koeff. durch Regression (%d \u03BCm)' %(h_Fit*1e6),
                 color='tab:red')
        plt.legend(loc='upper right')
        plt.title('Fit des theoretischen an das experimentelle Spektrum')
        plt.xlabel('Frequenz $f$ in MHz')
        plt.ylabel('Amplitude')
        plt.minorticks_on()
        plt.ticklabel_format(axis='y', style='sci', scilimits=(0, 0))
        plt.grid()
        plt.tight_layout()
        plt.show()
        plt.pause(0.1)
        if type(Plot_Speichern) == str:
            plt.savefig(Plot_Speichern)

    print(70*'-')
    print('Dauer der Bestimmung der Schichtdicke: %.1f s' %(time.time() - t1))

    return R_T_Fit, R_T_Fit_Fenster, h_Fit

def Identify_FFT_Interval(E, Suchbereich, Level, Puffer=[0.2, 0.35]):
    """
    Ermittelt das optimale Zeitintervall innerhalb eines gegebenen Suchbereichs im Empfangssignal, um
    eine diskrete Fourier-Transformation durchzuführen. Der Suchbereich muss dabei die gemessenen
    Reflexion(en) enthalten, deren Amplitude ein bestimmtes Level überschreitet.
```

```
    Parameters
    ----------
    E : LIST
        Datensatz des Empfangssignals bestehend aus t_E, A_E und dt_E.
    Suchbereich : LIST
        Anfang und Ende des Suchintervalls.
    Level : FLOAT
        Amplitudenlevel, das die Reflexion(en) überschreiten und sie vom Rauschen unterscheidet.
    Puffer : LIST
        Zeitpuffer vor bzw. nach Levelübertritt, der noch zur Reflexion gezählt wird. Default is
        [0.2, 0.35].

    Returns
    -------
    Int : LIST
        Start und Ende des ermittelten FFT-Intervalls.

    """

    t_E = E[0]; A_E = E[1]; dt_E = E[2]

    Hilbert = Envelope_via_Hilbert(A_E)
    Ueber_Level = Hilbert >= Level

    Start = False; Stop = False # Hilfsvariablen
    z1 = 0; z2 = 0; z3 = 0; z4 = 0 # Hilfszähler
    FFT_Start = None; FFT_Stop = None

    for l in range(len(Ueber_Level)):
        if l >= np.where(t_E >= Suchbereich[0])[0][0] and l <= np.where(t_E <= Suchbereich[1])[0][-1]:
            if Start == False and Stop == False and Ueber_Level[l] == True: # Suche FFT-Startpunkt
                z1 += dt_E
                if z1 >= 0.3e-6: # Start nur, wenn 0,3 us lang durchgehend über Level
                    FFT_Start = np.where(t_E >= (t_E[l] - 0.3e-6 - Puffer[0]))[0][0]
                    Start = True # Puffer vor Levelübertritt
            elif Start == False and Stop == False and Ueber_Level[l] == False:
                z1 = 0 # Zähler zurücksetzen, falls Unterbrechung
            elif Start == True and Stop == False and Ueber_Level[l] == False:
                z2 += dt_E
                if z2 >= 0.3e-6: # Stop nur, wenn 0,3 us lang durchgehend unter Level
                    FFT_Stop = np.where(t_E >= (t_E[l] - 0.3e-6 + Puffer[1]))[0][0]
                    Stop = True # Puffer nach Levelübertritt
                    Start = False
            elif Start == True and Ueber_Level[l] == True: # Zähler zurücksetzen, falls Unterbrechung
                z2 = 0
            elif Start == False and Stop == True and Ueber_Level[l] == True and z4 <= 1:
                z3 += dt_E
                if z3 >= 0.3e-6: # falls Refl. zeitl. getrennt: Fortführung des Intervalls
                    Start = True
                    Stop = False
                    z4 += 1
            elif Start == False and Stop == True and Ueber_Level[l] == False:
                z3 = 0 # Zähler zurücksetzen, falls Unterbrechung

    Int = [t_E[FFT_Start], t_E[FFT_Stop]]

    return Int

def NonlinearFit(x, y, Funktion, Parameterschätzung=False, Parametergrenzen=False, Parameter=False,
```

```
            Standardabweichungen=False):
'''
Funktion zum Erzeugen einer nichtlinearen Regression (Fit) aus gegebenen x-y-Werten
und einer Fit-Funktion mit freien Parametern.
Die "Funktion" muss die Gestalt
def func(x, par1, par2, par3, ...):
    y = a*x + b*x**2 + c*x**3 ... <beliebiger Rechenausdruck>
    return y
haben und auf Vektorbasis arbeiten!
Je nachdem, ob die errechneten optimalen Parameter der Fit-Funktion auch verlangt werden,
werden diese in der Reihenfolge ihres Übergebens mit zurückgegeben.
Zusätzlich erhält man auf Wunsch eine geschätzte Standardabweichung für jeden Parameter.

Parameters
----------
x : LIST oder NP.NDARRAY
    x-Werte des Datensets.
y : LIST oder NP.NDARRAY
    y-Werte des Datensets.
Funktion : CALLABLE
    Angenomme Fit-Funktion mit freien Parametern.
Parameter : BOOL, optional
    Festlegen, ob errechnete Parameterwerte zurückgegeben werden soll. Standard ist False.
Standardabweichungen : BOOL, optional
    Festlegen, ob Standardabweichungen zurükgegeben werden soll. Standard ist False.
Parameterschätzung : BOOL, optional
    Liste der geschätzten Werte für die freien Parameter. Erhöht die Funktionalität und
    Genauigkeit des Fits.
Parametergrenzen : TUPLE oder BOOL, optional
    Untere und obere Grenze der freien Parameter (wenn mehrere Parameter, dann Array der Grenzen
    als Tuple-Elemente). Standard ist False.

Returns
-------
X : NP.NDARRAY
    x-Werte des Datensets als Vektor.
Y : NP.NDARRAY
    y-Werte der Regression.
p : NP.NDARRAY
    Liste der berechneten Parameterwerte in der Reihenfolge des Übergebens an die Funktion.
s : NP.NDARRAY
    Liste mit Standardabweichungen für alle Parameter in der Reihenfolge des Übergebens
    an die Funktion.

'''

if (type(x) and type(y)) == np.ndarray:
    t = x
    s = y
elif (type(x) and type(y)) == list:
    t = np.array(x)
    s = np.array(y)
else:
    print('FEHLER: DIE ÜBERGEBENEN DATEN MÜSSEN VOM TYP "LIST" ODER "NUMPY.NDARRAY" SEIN!')
    sys.exit()

if Parameterschätzung == False:
    if Parametergrenzen == False:
        p, Kovarianz = spop.curve_fit(Funktion, t, s)
    else:
```

```
            p, Kovarianz = spop.curve_fit(Funktion, t, s, bounds=Parametergrenzen)
    else:
        if Parametergrenzen == False:
            p, Kovarianz = spop.curve_fit(Funktion, t, s, p0=Parameterschätzung)
        else:
            p, Kovarianz = spop.curve_fit(Funktion, t, s, p0=Parameterschätzung,
                                          bounds=Parametergrenzen)#, ftol=None, xtol=None)
    if Standardabweichungen == True:
        s = np.sqrt(np.diag(Kovarianz)) # Standardabweichungen aus Kovarianzen berechnen

    Y = None
    p_list = list(p)
    Ausführ_String = 'Funktion(t, '
    for Par in p_list:
        if p_list.index(Par) == len(p_list) - 1:
            Ausführ_String += '%f' %Par
        else:
            Ausführ_String += '%f, ' %Par
    Ausführ_String += ')'
    Y = eval(Ausführ_String) # Werte der Regressionsfunktion ermitteln

    X = np.array(x)

    if Parameter == False:
        return X, Y
    elif Parameter == True and Standardabweichungen == False:
        return X, Y, p
    elif Parameter == False and Standardabweichungen == True:
        return X, Y, s
    else:
        return X, Y, p, s

def Plot_Raw_Signal_and_FFT(S, E, f_S, FFT_S, Int_S, f_E, FFT_E, Int_E, Huellkurve_Zeit=False,
                            Huellkurve_FFT=None, Plot_Speichern=False):
    '''
    Stellt Rohsignale und deren FFTs (inklusive Hüllkurve) in einer gemeinsamen Abbildung dar.

    Parameters
    ----------
    S : LIST
        Datensatz des Sendesignals bestehend aus t_S, A_S und dt_S.
    E : LIST
        Datensatz des Empfangssignals bestehend aus t_E, A_E und dt_E.
    f_S : NP.NDARRAY
        Frequenzarray des Sendesignals.
    FFT_S : NP.NDARRAY
        Amplitudenspektrum des Sendesignals.
    Int_S : LIST
        Intervall mit Start- und Endwert der FFT des Sendesignals.
    f_E : NP.NDARRAY
        Frequenzarray des Empfangssignals.
    FFT_E : NP.NDARRAY
        Amplitudenspektrum des Empfangssignals.
    Int_E : LIST
        Intervall mit Start- und Endwert des Empfangssignals.
    Huellkurve_Zeit : BOOL, optional
        Berechnet die Einhüllenden des Empfangssignals im Zeitbereich mithilfe der
        Hilbert-Transformation und stellt das Ergebnis grafisch dar. The default is None.
    Huellkurve_FFT : NP.NDARRAY, optional
        Array mit Werten der Einhüllenden der FFT des Empfangssignals. The default is None.
```

```
Plot_Speichern : BOOL or STR
    Speichert denerzeugten Plot. Pfad in das Speicherverzeichnis. The default is False.

Returns
-------
None.

'''

t_E = E[0]; A_E = E[1]
t_S = S[0]; A_S = S[1]

Abbildung = plt.figure(figsize=(8, 8))
Gitter = spec.GridSpec(2, 1, height_ratios=[1, 1])

Farbe_S = 'tab:orange'
Farbe_E = 'tab:blue'

Plot_1 = plt.subplot(Gitter[0], xlabel='Zeit in \u03BCs', title='Oszi-Rohsignale') # Sendesignal
Plot_1.plot(t_S*1e6, A_S, ls='-', color=Farbe_S, label='Sendesignal')
Plot_1.set_ylabel('Spannung in V', color=Farbe_S)
Plot_1.tick_params(axis='y', labelcolor=Farbe_S)
if max(A_S) >= abs(min(A_S)):
    Lim = 1.1 * max(A_S)
else:
    Lim = 1.1 * abs(min(A_S))
Plot_1.set_ylim([-Lim, Lim])
plt.grid(axis='x')
plt.minorticks_on()

Plot_2 = Plot_1.twinx()
Plot_2.plot(t_E*1e6, A_E*1e3, ls='-', color=Farbe_E, label='Empfangssignal') # Empfangssignal
Plot_2.set_ylabel('Spannung in mV', color=Farbe_E)
Plot_2.tick_params(axis='y', labelcolor=Farbe_E)
if max(A_E) >= abs(min(A_E)):
    Lim = 1.1 * max(A_E)
else:
    Lim = 1.1 * abs(min(A_E))
Plot_2.set_ylim([-Lim * 1e3, Lim * 1e3])
plt.grid(axis='y')
plt.minorticks_on()

if Huellkurve_Zeit == True:
    plt.plot(t_E*1e6, Envelope_via_Hilbert(A_E)*1e3, ls='-', color='tab:red',
             label='Einüllende des Empfangssignals')

Abbildung.legend(loc='upper right', bbox_to_anchor=(0.88, 0.95)) # Legende Rohsignale

Plot_3 = plt.subplot(Gitter[1], xlabel='Frequenz in MHz', title='FFT der Rohsignale')
P3, = Plot_3.plot(f_S*1e-6, FFT_S, color=Farbe_S,
            label='Sendesignal (%.1f \u03BCs - %.1f \u03BCs)' %(Int_S[0]*1e6, Int_S[1]*1e6))
Plot_3.tick_params(axis='y', labelcolor=Farbe_S)
Plot_3.set_ylabel('Spannung in V', color=Farbe_S)
plt.grid(axis='x')
plt.minorticks_on()

Plot_4 = Plot_3.twinx() # FFT des Empfangssignals
f_Plot = f_E*1e-6; FFT_E_Plot = FFT_E*1e3
P4, = Plot_4.plot(f_Plot, FFT_E_Plot, color=Farbe_E,
            label='Empfangssignal (%.1f \u03BCs - %.1f \u03BCs)' %(Int_E[0]*1e6, Int_E[1]*1e6))
```

```
    Plot_4.tick_params(axis='y', labelcolor=Farbe_E)
    Plot_4.set_ylabel('Spannung in mV', color=Farbe_E)
    plt.grid(axis='y')
    plt.minorticks_on()

    Handles = [P3, P4]
    if type(Huellkurve_FFT) == np.ndarray:
        Farbe_Huell = 'tab:red'
        f_Plot = f_E*1e-6; Huell_Plot = Huellkurve_FFT*1e3
        P5, = plt.plot(f_Plot, Huell_Plot, color=Farbe_Huell,
                       label='"Einhüllende" des Empfangssignals') # "Einhüllende" FFT Empfangssignal
        Handles = [P3, P4, P5]

    Abbildung.legend(handles=Handles, loc='upper right', bbox_to_anchor=(0.88, 0.46)) # Legende FFTs
    Abbildung.tight_layout()
    plt.show()
    plt.pause(0.1)
    if type(Plot_Speichern) == str:
        plt.savefig(Plot_Speichern)

def Plot_Results_Compact(E, f_E, FFT_E, FFT_Int, R_T_Fit_Fenster, h_Fit, Check, Speichern=False):
    '''
    Stellt die Ergebnisse der Datenverarbeitung (Empfangssignal mit extrahierter Reflexion, experimentelles
    Spektrum der Zwischenschicht-Reflexion und - falls korrekt ermittelt - theoretisches Spektrum der
    Zwischenschicht-Reflexion mit bestimmter Schichtdicke) kompakt dar.

    Parameters
    ----------
    E : LIST
        Datensatz des Empfangssignals bestehend aus t_E, A_E und dt_E.
    f_E : NP.NDARRAY
        Frequenzarray aus der FFT des Empfangssignals.
    FFT_E : NP.NDARRAY
        FFT des Empfangssignals.
    FFT_Int : LIST
        Begrenztes Zeitintervall des Signals für die FFT  des Empfangssignal in s.
    R_T_Fit_Fenster : NP:NDARRAY
        Durch Regression ermittelter theoretischer Verlauf des durch die experimentelle Einhüllende
        gefensterten Reflexionskoeffizienten.
    h_Fit : FLOAT
        Durch Regression ermittelte Schichtdicke.
    Check : BOOL
        True, wenn die Schichtdicke ermittelt werden konnte und False, wenn nicht.
    Speichern : BOOL or STR
        Speichert den erzeugten Plot. Pfad in das Speicherverzeichnis. The default is False.

    Returns
    -------
    None.

    '''

    t_E = E[0]; A_E = E[1]

    Abbildung = plt.figure(figsize=(10, 3))
    Gitter = spec.GridSpec(1, 2, width_ratios=[1, 1])

    plt.subplot(Gitter[0], xlabel='Zeit in \u03BCs', ylabel='Spannung $U$ in mV')
    plt.plot(t_E*1e6, A_E*1e3, ls='-', lw=1.5, color='gray',
             label='Empfangssignal')
```

```
    plt.plot(t_E[np.where(np.logical_and(t_E >= FFT_Int[0], t_E <= FFT_Int[1]))]*1e6,
             A_E[np.where(np.logical_and(t_E >= FFT_Int[0], t_E <= FFT_Int[1]))]*1e3,
             ls='-', lw=2.5, color='black', label='Extrahierte Reflexion')
    if max(A_E) >= abs(min(A_E)):
        Lim = 1.1 * max(A_E)
    else:
        Lim = 1.1 * abs(min(A_E))
    plt.legend(loc='upper right', fancybox=False, framealpha=1)
    plt.ylim([-Lim * 1e3, Lim * 1e3])
    plt.xlim([5, 20])
    plt.tick_params(direction='in', width=1.5, pad=7)

    plt.subplot(Gitter[1], xlabel='Frequenz in MHz', ylabel='Spannung $U$ in mV')
    plt.plot(f_E*1e-6, FFT_E*1e3, lw=2.5, label='Experimentelles\nSpektrum', color='black')
    if Check == True:
        plt.plot(f_E*1e-6, R_T_Fit_Fenster*1e3, lw=2.5,
                 label='Theoretisches\nSpektrum\nfür $h=$%d \u03BCm' %(h_Fit*1e6), color='gray')
    plt.legend(loc='upper right', fancybox=False, framealpha=1)
    plt.xlim([0, 11])
    plt.tick_params(direction='in', width=1.5, pad=7)

    Abbildung.tight_layout()
    plt.show()
    if Speichern != False:
        plt.savefig(Speichern)

def Read_Measurement_Data(Verzeichnis, Messung, Plot=False, Plot_Speichern=False):
    '''
    Liest den Datensatz einer Oszilloskop-Messung (Sende-, Empfangs- und Triggersignal) mit dem
    ISAT-Messprogramm 2.0 ein.

    Parameters
    ----------
    Verzeichnis : STR
        Pfad in das Verzeichnis.
    Messung : STR
        Name des Messdatenordners.
    Plot : BOOL, optional
        Plot der Oszi-Rohdaten. The default is False.
    Plot_Speichern : BOOL or STR
        Speichert denerzeugten Plot. Pfad in das Speicherverzeichnis. The default is False.

    Returns
    -------
    E : LIST
        Enthält Zeitarray, Spannungsarray und Zeitschritt für das Empfangssignal.
    S : LIST
        Enthält Zeitarray, Spannungsarray und Zeitschritt für das Sendesignal.
    T : LIST
        Enthält Zeitarray, Spannungsarray und Zeitschritt für das Triggersignal.

    '''

    def Read_one_file(Verzeichnis, Messung, Kanal):
        with open(Verzeichnis + Messung + '\\' + Kanal, 'r') as D:
            t_data = D.readline().split('\t')
            t0 = eval(t_data[0][6:]) # zeitlicher Offset am Oszi
            dt = eval(t_data[1][5:-1]) # Abtastintervall Oszi
            Daten = np.array(D.readline().split(), dtype=np.float32) # alle Messwerte
            N = len(Daten) # Anzahl der Messwerte
```

```
            t = np.arange(t0, dt * N + t0, dt)
            return t, Daten, dt

    Messungsinhalt = os.listdir(Verzeichnis + Messung)
    for i in Messungsinhalt:
        if i[:14] == 'Empfangssignal':
            t_E, A_E, dt_E = Read_one_file(Verzeichnis, Messung, i)
        elif i[:11] == 'Sendesignal':
            t_S, A_S, dt_S = Read_one_file(Verzeichnis, Messung, i)
        elif i[:7] == 'Trigger':
            t_T, A_T, dt_T = Read_one_file(Verzeichnis, Messung, i)
    E = [t_E, A_E, dt_E]; S = [t_S, A_S, dt_S]; T = [t_T, A_T, dt_T]

    if Plot == True:

        Abbildung = plt.figure(figsize=(12.8, 7.2))

        Plot_1 = plt.subplot(xlabel='Zeit in \u03BCs', title='Oszi-Rohsignale') # Sendesignal
        Plot_1.plot(t_S*1e6, A_S, ls='-', color='tab:orange', label='Sendesignal')
        Plot_1.set_ylabel('Spannung in V', color='tab:orange')
        Plot_1.tick_params(axis='y', labelcolor='tab:orange')
        if max(A_S) >= abs(min(A_S)):
            Lim = 1.1 * max(A_S)
        else:
            Lim = 1.1 * abs(min(A_S))
        Plot_1.set_ylim([-Lim, Lim])
        plt.minorticks_on()
        plt.grid(axis='x')

        Plot_2 = Plot_1.twinx()
        Plot_2.plot(t_E*1e6, A_E*1e3, ls='-', color='tab:blue', label='Empfangssignal')
        Plot_2.set_ylabel('Spannung in mV', color='tab:blue')
        Plot_2.tick_params(axis='y', labelcolor='tab:blue')
        if max(A_E) >= abs(min(A_E)):
            Lim = 1.1 * max(A_E)
        else:
            Lim = 1.1 * abs(min(A_E))
        Plot_2.set_ylim([-Lim * 1e3, Lim * 1e3])
        plt.minorticks_on()
        plt.grid(axis='y')

        plt.plot(t_E*1e6, Envelope_via_Hilbert(A_E)*1e3, ls='-', color='tab:red',
                 label='Einüllende des Empfangssignals')

        Abbildung.legend(loc='upper right', bbox_to_anchor=(0.85, 0.85))
        Abbildung.tight_layout()
        plt.show()
        plt.pause(0.1)
        if type(Plot_Speichern) == str:
            plt.savefig(Plot_Speichern)

    return  E, S, T

def Sound_Impedance(c, rho, Print=False):
    '''
    Berechnet die Schallkennimpedanz eines Materials unter Angabe von Schallgeschwindigkeit und
    Dichte.

    Parameters
    ----------
```

```
    c : FLOAT
        Schallgeschwindigkeit im Material.
    rho : FLOAT
        Dichte des Materials.
    Print : BOOL, optional
        Ausgabe in sprintf-Format. The default is False.

    Returns
    -------
    imp : FLOAT
        Schallkennimpedanz des Materials.

    '''
    def Z(rho, c):
        return rho * c

    imp = Z(rho, c)

    if Print == True:
        print('Z = %e Ns/m$^3$' %imp)

    return imp

def Sound_Velocity(Phase, Kennwerte, Richtung='longi', Print=False):
    '''
    Berechnet die Schallgeschwindigkeit (ggf. longitudinal oder transversal) in einzelnen Materialien
    nach Angabe der charakteristischen Materialparameter.

    Parameters
    ----------
    Phase : STR
        DESCRIPTION.
    Kennwerte : DICT
        Dictionary mit den den charakteristischen Materialparametern und deren Werten:
            Festkörper: 'E':= Elastizitätsmodul in Pa; 'rho':= Dichte in kg/m^3; 'nu':= Poisson-Zahl
            Flüssigkeit: 'chi':= Kompressibilität in 1/Pa; 'rho':= Dichte in kg/m^3.
    Richtung : STR, optional
        Schwingungsrichtung der Welle (nur bei Festkörpern sind Transversalwellen möglich!). The
        default is 'longi'.
    Print : BOOL, optional
        Ausgabe in sprintf-Format. The default is False.

    Returns
    -------
    vel : FLOAT
        Zu berechnende Schallgeschwindigkeit.

    '''
    def c_longi(E, rho, nu):
        return math.sqrt(E * (1 - nu) / (rho * (1 - nu - 2 * nu**2)))

    def c_trans(E, rho, nu):
        return math.sqrt(E / (2 * rho * (1 + nu)))

    def c_Flues(chi, rho):
        return math.sqrt(1 / (rho * chi))

    if Phase == 'flüssig':
        chi = Kennwerte['chi']; rho = Kennwerte['rho']
        vel = c_Flues(chi, rho) # hier geht nur Longitudinalwelle
```

```
    elif Phase == 'fest':
        E = Kennwerte['E']; rho = Kennwerte['rho']; nu = Kennwerte['nu']
        if Richtung == 'longi':
            vel = c_longi(E, rho, nu)
        else:
            vel = c_trans(E, rho, nu)

    if Print == True:
        print('c = %.2f m/s' %vel)

    return vel

def TLS_LiquidSpring(h, f, rho, c, Z_1, Z_2):
    '''
    Berechnet den Betrag des Reflexionskoeffizienten im Dreischichtsystem unter Verwendung
    der Liquid-Spring-Näherung für verschiedene Schichtdicken bzw. Frequenzen.

    Parameters
    ----------
    h : FLOAT oder NP.NDARRAY
        Schichtdicke(n), für die der Reflexionskoeffizient dargestellt werden soll.
    f : FLOAT oder NP.NDARRAY
        Frequenz(en), für die der Reflexionskoeffizient dargestellt werden soll.
    rho : FLOAT
        Dichte der Zwischenschicht (Medium 0).
    c : FLOAT
        Schallgeschwindigkeit der Zwischenschicht (Medium 0).
    Z_1 : FLOAT
        Schallkennimpedanz der vorderen Schicht (Medium 1).
    Z_2 : FLOAT
        Schallkennimpedanz der hinteren Schicht (Medium 2).

    Returns
    -------
    TYPE
        DESCRIPTION.

    '''
    Imp = (2 * np.pi * f * Z_1 * Z_2 * h) / (rho * c**2)

    return np.sqrt((Imp**2 + (Z_1 - Z_2)**2) / (Imp**2 + (Z_1 + Z_2)**2))

def TLS_ReflectionCoefficient(h, f, c, Z_1, Z_0, Z_2):
    '''
    Berechnet den komplexen Reflexionskoeffizienten im Dreischichtsystem (Three-layer system)
    für den allgemeinen Fall aus den Schallkennimpedanzen der einzelenen Schichten und der
    Schallgeschwindigkeit der Zwischenschicht für gegebene Schichtdicken bzw. Frequenzen.

    Parameters
    ----------
    h : FLOAT oder NP.NDARRAY
        Schichtdicke(n), für die der Reflexionskoeffizient dargestellt werden soll.
    f : FLOAT oder NP.NDARRAY
        Frequenz(en), für die der Reflexionskoeffizient dargestellt werden soll.
    c : FLOAT
        Schallgeschwindigkeit der Zwischenschicht (Medium 0).
    Z_1 : FLOAT
        Schallkennimpedanz der vorderen Schicht (Medium 1).
    Z_0 : FLOAT
        Schallkennimpedanz der Zwischenschicht (Medium 0).
```

```
    Z_2 : FLOAT
        Schallkennimpedanz der hinteren Schicht (Medium 2).

    Returns
    -------
    NP.NDARRAY
        Reflexionskoeffizient in Abhängigkeit der Frequenz bzw. Schichtdicke.

    '''
    Zaehler_1 = np.exp(-1j * 2 * np.pi * f * h / c) * \
                        (Z_1 + Z_0) * (Z_2 - Z_0)  # erster Summand des Zählers
    Zaehler_2 = np.exp(1j * 2 * np.pi * f * h / c) * \
                        (Z_0 - Z_1) * (Z_2 + Z_0)  # zweiter Summand des Zählers
    Nenner_1 = np.exp(-1j * 2 * np.pi * f * h / c) * \
                       (Z_1 - Z_0) * (Z_2 - Z_0)  # erster Summand des Nenners
    Nenner_2 = np.exp(1j * 2 * np.pi * f * h / c) * \
                       (Z_0 + Z_1) * (Z_2 + Z_0)  # zweiter Summand des Nenners

    return (Zaehler_1 + Zaehler_2) / (Nenner_1 - Nenner_2)

def TLS_Theory(f, h, Kennwerte_1, Kennwerte_0, Kennwerte_2, LiquidSpring=False, Plot=False,
               Plot_Speichern=False):
    '''
    Berechnet die analytische Lösung des Reflexionskoeffizienten (Betrag) im Dreischichtsystem (ggf.
    unter Nutzung der Liquid-Spring-Näherung) direkt aus den grundlegenden Materialparametern der
    einzelnen Schichten. Der Reflexionskoeffizient kann sowohl skalar (f und h sind Skalare) als auch
    vektoriell (f oder h ist np.ndarray) berechnet werden. Wird für die nicht-vektorielle Größe eine
    Liste mit Werten übergeben, so wird der Reflexionskoeffizient(envektor) für jeden dieser Werte
    berechnet und man erhält eine Liste aus den Reflexionskoeffizient(envektoren) für diese Werte.

    Parameters
    ----------
    f : FLOAT oder NP.NDARRAY oder LIST
        Frequenz(en), für die der Reflexionskoeffizient dargestellt werden soll.
    h : FLOAT oder NP.NDARRAY oder LIST
        Schichtdicke(n), für die der Reflexionskoeffizient dargestellt werden soll.
    Kennwerte_1 : DICT
        Materialkennwerte des ersten (vorderen) Festkörpers:
            'E':= Elastizitätsmodul in Pa; 'rho':= Dichte in kg/m^3; 'nu':= Poisson-Zahl.
    Kennwerte_0 : DICT
        Materialkennwerte der flüssigen Zwischenschicht:
            'chi':= Kompressibilität in 1/Pa; 'rho':= Dichte in kg/m^3.
    Kennwerte_2 : DICT
        Materialkennwerte des zweiten (hinteren) Festkörpers:
            'E':= Elastizitätsmodul in Pa; 'rho':= Dichte in kg/m^3; 'nu':= Poisson-Zahl.
    LiquidSpring : BOOL, optional
        Verwendung der Liquid-Spring-Näherung für die Berechnung des Reflexionskoeffizienten.
        The default is False.
    Plot : TYPE, optional
        Einfachen Plot des Reflexionskoeffizienten erstellen. The default is False.
    Plot_Speichern : BOOL or STR
        Speichert denerzeugten Plot. Pfad in das Speicherverzeichnis. The default is False.

    Returns
    -------
    refl : FLOAT oder NP.NDARRAY oder LIST aus NP.NDARRAY
        Reflexionskoeffizient/ Reflexionskoeffizientenarray bzw. Liste mehrerer
        Reflexionskoeffizientenarrays.

    '''
```

```
c_1 = Sound_Velocity('fest', Kennwerte_1)
c_0 = Sound_Velocity('flüssig', Kennwerte_0)
c_2 = Sound_Velocity('fest', Kennwerte_2)
Z_1 = Sound_Impedance(c_1, Kennwerte_1['rho'])
Z_0 = Sound_Impedance(c_0, Kennwerte_0['rho'])
Z_2 = Sound_Impedance(c_2, Kennwerte_2['rho'])

if type(f) != list and type(h) != list:
    if LiquidSpring == True: # Verwendung der Liquid-Spring-Näherung
        rho_0 = Kennwerte_0['rho']
        refl = TLS_LiquidSpring(h, f, rho_0, c_0, Z_1, Z_2)
    else:
        refl = abs(TLS_ReflectionCoefficient(h, f, c_0, Z_1, Z_0, Z_2)) # nur Betrag
else:
    refl = list()
    if type(f) == list:
        for i in range(len(f)):
            if LiquidSpring == True: # Verwendung der Liquid-Spring-Näherung
                rho_0 = Kennwerte_0['rho']
                refl.append(TLS_LiquidSpring(h, f[i], rho_0, c_0, Z_1, Z_2))
            else:
                refl.append(abs(TLS_ReflectionCoefficient(h, f[i], c_0, Z_1, Z_0, Z_2)))
    elif type(h) == list:
        for i in range(len(h)):
            if LiquidSpring == True: # Verwendung der Liquid-Spring-Näherung
                rho_0 = Kennwerte_0['rho']
                refl.append(TLS_LiquidSpring(h[i], f, rho_0, c_0, Z_1, Z_2))
            else:
                refl.append(abs(TLS_ReflectionCoefficient(h[i], f, c_0, Z_1, Z_0, Z_2)))

if Plot == True:
    plt.figure(figsize=(12.8, 7.2))
    if type(f) != list and type(h) != list: # nur ein Reflexionskoeffizient(enarray)
        if type(f) == np.ndarray:
            plt.plot(f/1e6, refl, label='%d \u03BCm' % (h*1e6))
        elif type(h) == np.ndarray:
            plt.plot(h*1e6, refl, label='%s MHz' % (f/1e6))
        else:
            plt.plot(f/1e6, refl, label='%d \u03BCm' % (h*1e6), marker='o')
    else: # mehrere Reflexionskoeffizienten(arrays)
        if type(h) == np.ndarray:
            for k in range(len(f)):
                plt.plot(h*1e6, refl[k], label='%s MHz' % (f[k]/1e6))
        elif type(f) == np.ndarray:
            for k in range(len(h)):
                plt.plot(f/1e6, refl[k], label='%d \u03BCm' % (h[k]*1e6))
        elif type(h) == list:
            for k in range(len(h)):
                plt.plot(f/1e6, refl[k], label='%d \u03BCm' % (h[k]*1e6), marker='o')
        elif type(f) == list:
            for k in range(len(f)):
                plt.plot(h*1e6, refl[k], label='%s MHz' % (f[k]/1e6), marker='o')
    plt.legend(loc='upper right')
    if LiquidSpring == True:
        plt.title('Analytische Lösung des Dreischichtsystems (Liquid-Spring-Näherung)')
    else:
        plt.title('Analytische Lösung des Dreischichtsystems')
    if type(h) == np.ndarray:
        plt.xlabel('Schichtdicke $h$ in \u03BCm')
```

```
        else:
            plt.xlabel('Frequenz $f$ in MHz')
        plt.ylabel('Reflexionskoeffizient $R$')
        plt.minorticks_on()
        plt.grid()
        plt.tight_layout()
        plt.show()
        if type(Plot_Speichern) == str:
            plt.savefig(Plot_Speichern)

    return refl # entweder int/ float oder list
```

D. Einzelergebnisse des Messverfahrens

In den folgenden Unterabschnitten wird für alle Testsysteme jeweils für jede Messung das Empfangssignal am Oszilloskop, die extrahierte Reflexion sowie das experimentelle und am besten damit übereinstimmende theoretische Spektrum inklusive der ermittelten Schichtdicke dargestellt.
Jede Messung wurde nach dem in Abschnitt 5 beschriebenen Ablauf mithilfe der Python-Funktionen in Anhang C ausgewertet.
Die Empfangssignale sind aus Gründen der Anschaulichkeit erst ab $t = 5\,\mu s$ dargestellt, da sich erst im folgenden Zeitbereich die für die Auswertung relevanten Reflexionen ereignen.
Für den Fall, dass mithilfe des Algorithmus kein passendes theoretisches Spektrum gefunden werden konnte, ist lediglich das experimentelle Spektrum ohne Schichtdicke gezeigt.

D.1. Planares Aluminium-Wasser-Aluminium-System

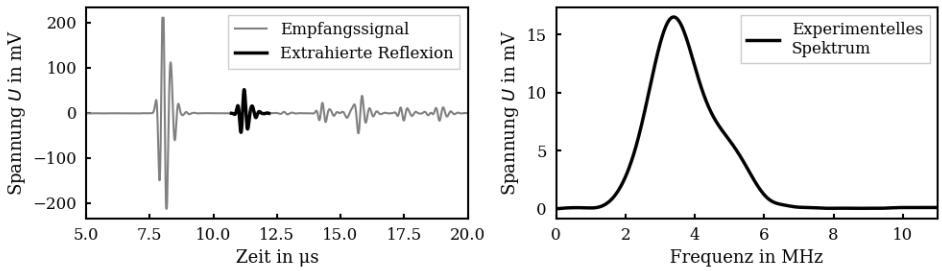


Abb. D.1: Ergebnis für das planare Aluminium-Wasser-Aluminium-System bei $h_{Stell} = 0\,\mu m$

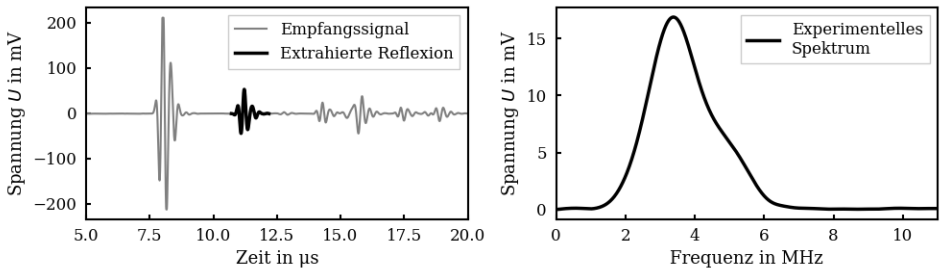


Abb. D.2: Ergebnis für das planare Aluminium-Wasser-Aluminium-System bei $h_{Stell} = 50\,\mu m$

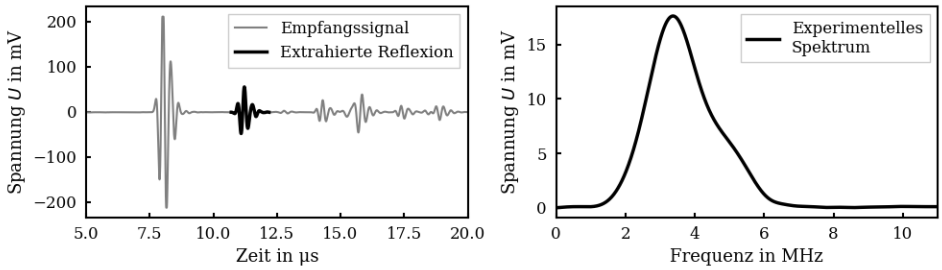


Abb. D.3: Ergebnis für das planare Aluminium-Wasser-Aluminium-System bei $h_{Stell} = 100\,\mu\text{m}$

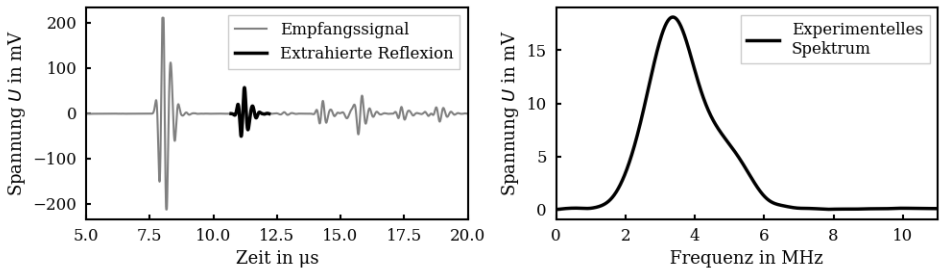


Abb. D.4: Ergebnis für das planare Aluminium-Wasser-Aluminium-System bei $h_{Stell} = 150\,\mu\text{m}$

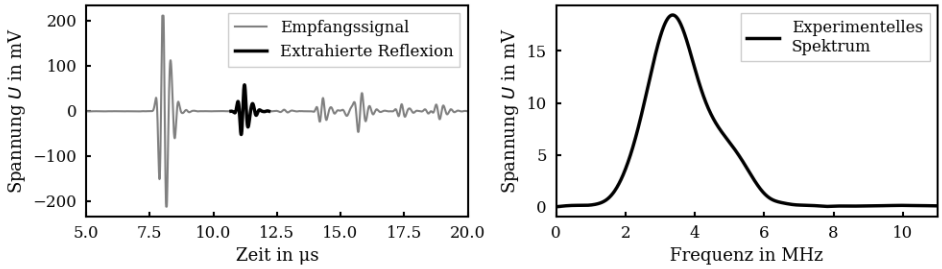


Abb. D.5: Ergebnis für das planare Aluminium-Wasser-Aluminium-System bei $h_{Stell} = 200\,\mu\text{m}$

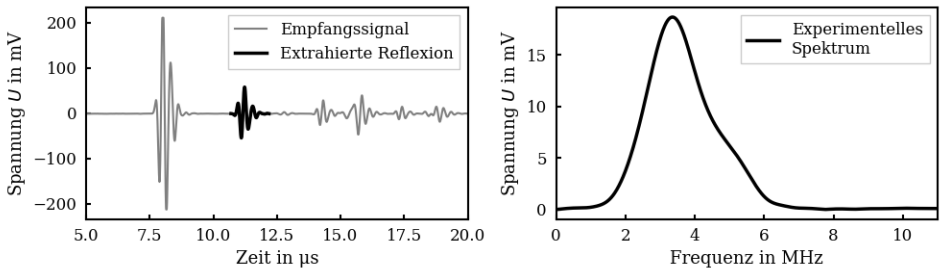


Abb. D.6: Ergebnis für das planare Aluminium-Wasser-Aluminium-System bei $h_{Stell} = 250\,\mu\text{m}$

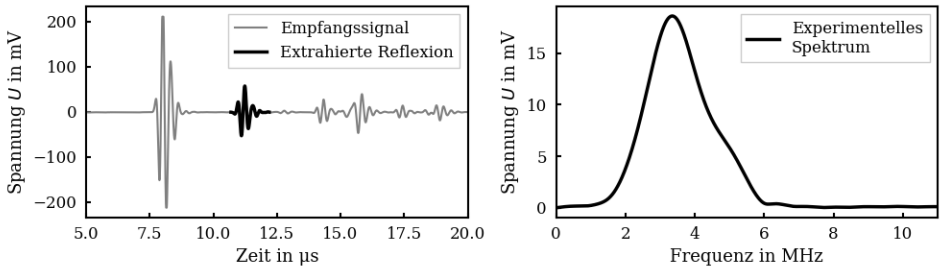


Abb. D.7: Ergebnis für das planare Aluminium-Wasser-Aluminium-System bei $h_{Stell} = 300\,\mu\text{m}$

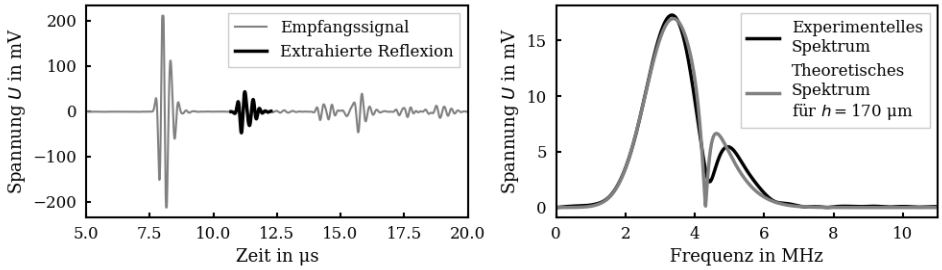


Abb. D.8: Ergebnis für das planare Aluminium-Wasser-Aluminium-System bei $h_{Stell} = 350\,\mu\text{m}$

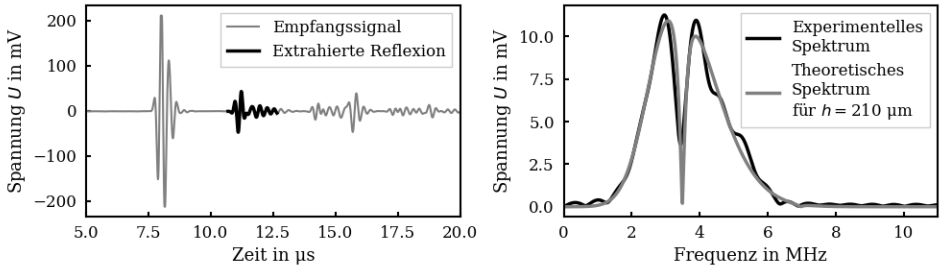


Abb. D.9: Ergebnis für das planare Aluminium-Wasser-Aluminium-System bei $h_{Stell} = 400\,\mu\text{m}$

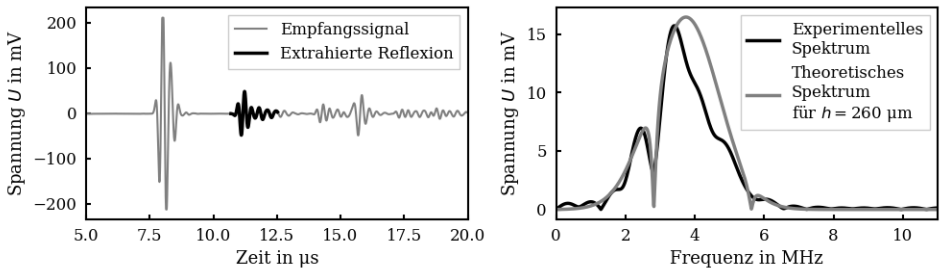


Abb. D.10: Ergebnis für das planare Aluminium-Wasser-Aluminium-System bei $h_{Stell} = 450\,\mu\text{m}$

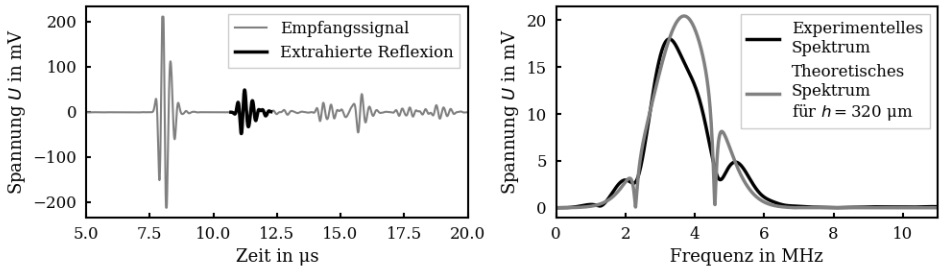


Abb. D.11: Ergebnis für das planare Aluminium-Wasser-Aluminium-System bei $h_{Stell} = 500\,\mu\text{m}$

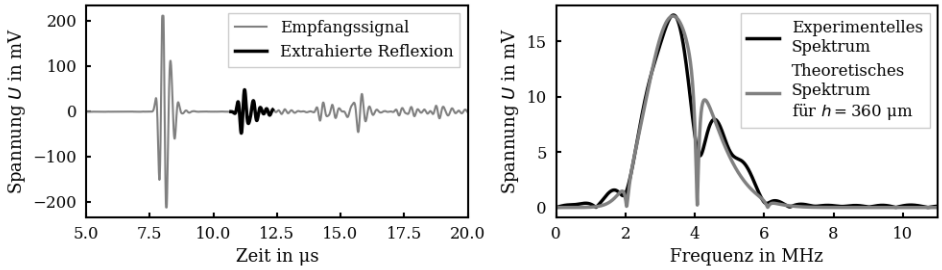


Abb. D.12: Ergebnis für das planare Aluminium-Wasser-Aluminium-System bei $h_{Stell} = 550\,\mu\text{m}$

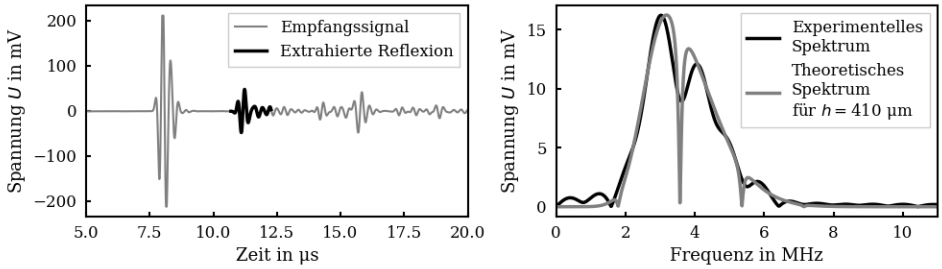


Abb. D.13: Ergebnis für das planare Aluminium-Wasser-Aluminium-System bei $h_{Stell} = 600\,\mu\text{m}$

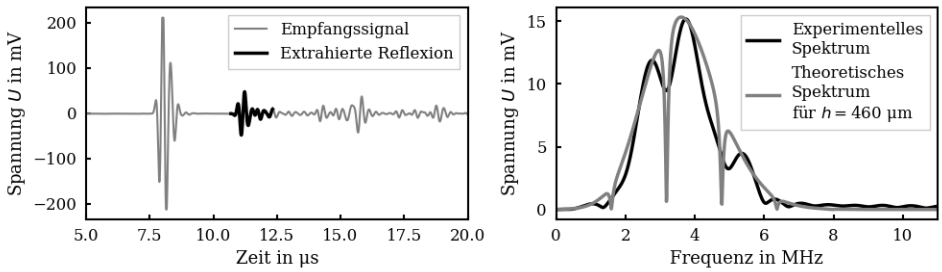


Abb. D.14: Ergebnis für das planare Aluminium-Wasser-Aluminium-System bei $h_{Stell} = 650\,\mu\text{m}$

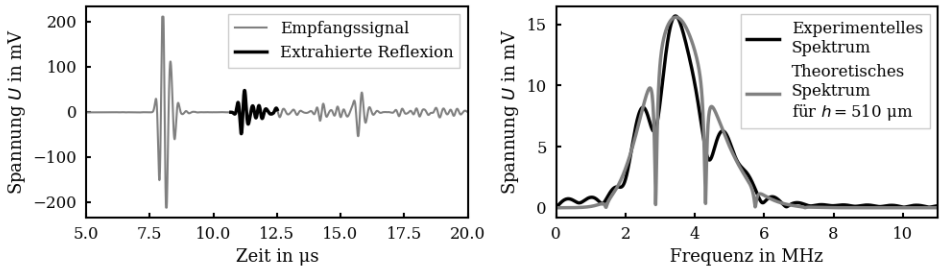


Abb. D.15: Ergebnis für das planare Aluminium-Wasser-Aluminium-System bei $h_{Stell} = 700\,\mu\text{m}$

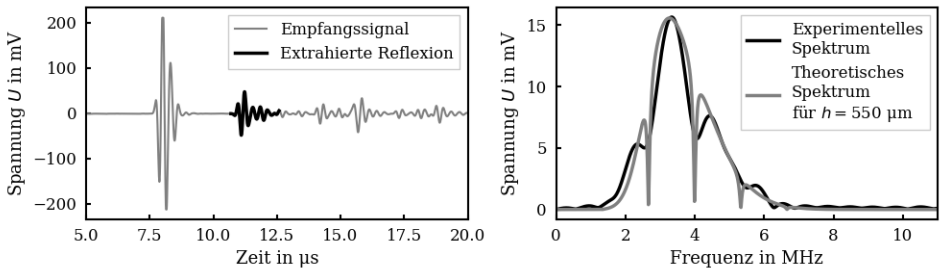


Abb. D.16: Ergebnis für das planare Aluminium-Wasser-Aluminium-System bei $h_{Stell} = 750\,\mu\text{m}$

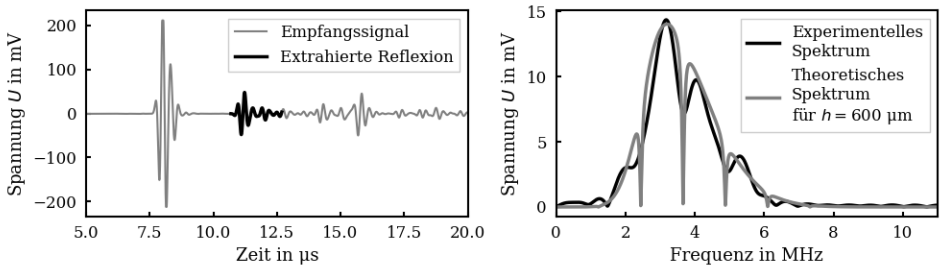


Abb. D.17: Ergebnis für das planare Aluminium-Wasser-Aluminium-System bei $h_{Stell} = 800\,\mu\text{m}$

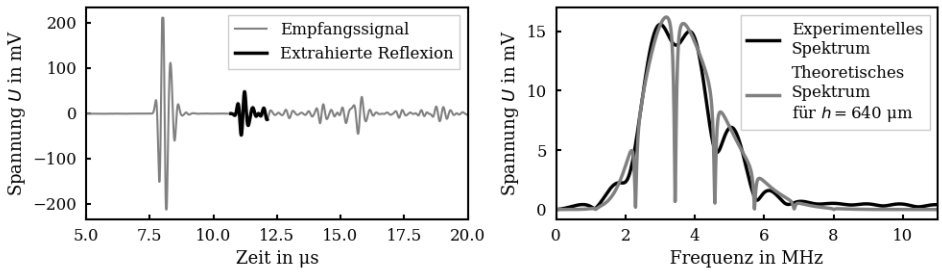


Abb. D.18: Ergebnis für das planare Aluminium-Wasser-Aluminium-System bei $h_{Stell} = 850\,\mu\text{m}$

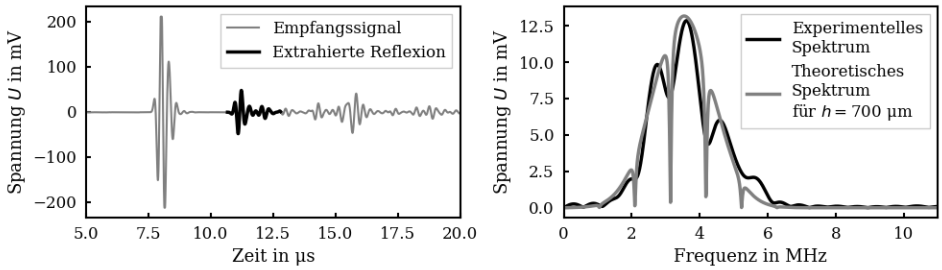


Abb. D.19: Ergebnis für das planare Aluminium-Wasser-Aluminium-System bei $h_{Stell} = 900\,\mu\text{m}$

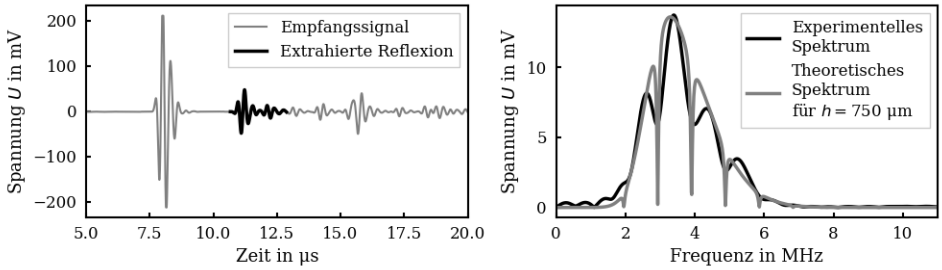


Abb. D.20: Ergebnis für das planare Aluminium-Wasser-Aluminium-System bei $h_{Stell} = 950\,\mu\text{m}$

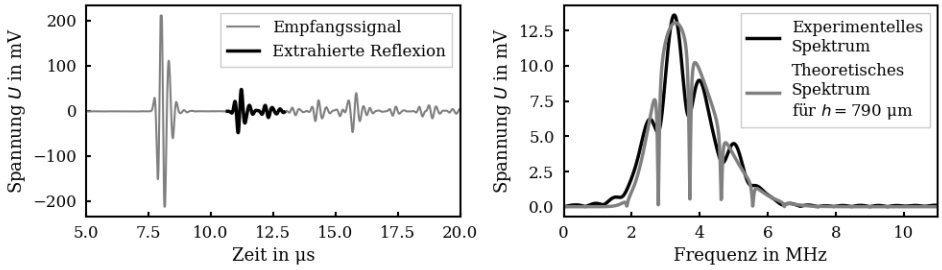


Abb. D.21: Ergebnis für das planare Aluminium-Wasser-Aluminium-System bei $h_{Stell} = 1000\,\mu\text{m}$

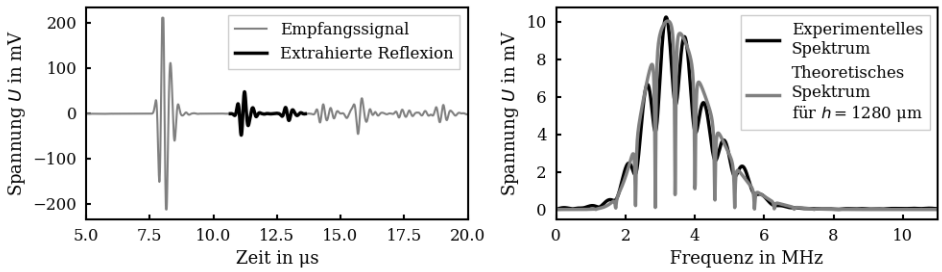


Abb. D.22: Ergebnis für das planare Aluminium-Wasser-Aluminium-System bei $h_{Stell} = 1500\,\mu\text{m}$

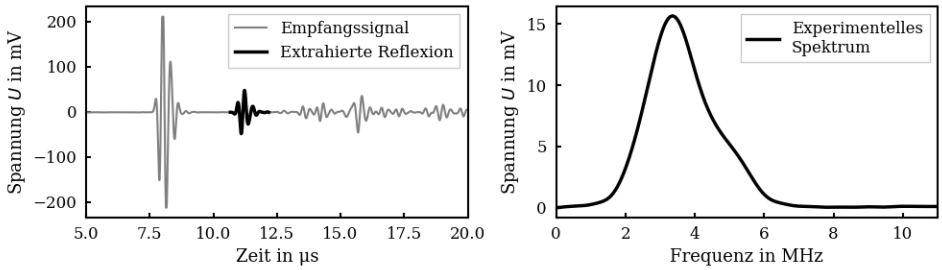


Abb. D.23: Ergebnis für das planare Aluminium-Wasser-Aluminium-System bei $h_{Stell} = 2000\,\mu\text{m}$

D.2. Zylindrisches Aluminium-Wasser-Aluminium-System

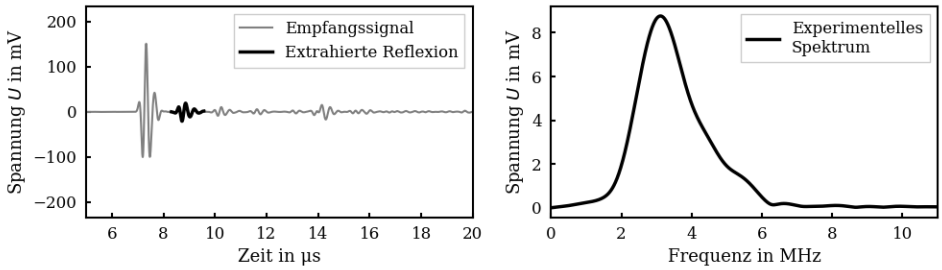


Abb. D.24: Ergebnis für das zylindrische Alu-Wasser-Alu-System bei $h_{Stell} = 0\,\mu\text{m}$

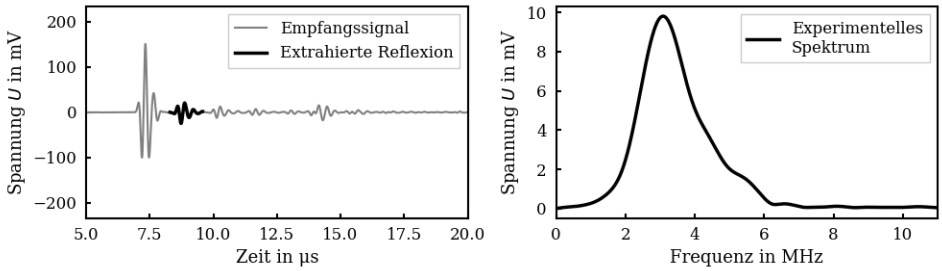


Abb. D.25: Ergebnis für das zylindrische Alu-Wasser-Alu-System bei $h_{Stell} = 50\,\mu\text{m}$

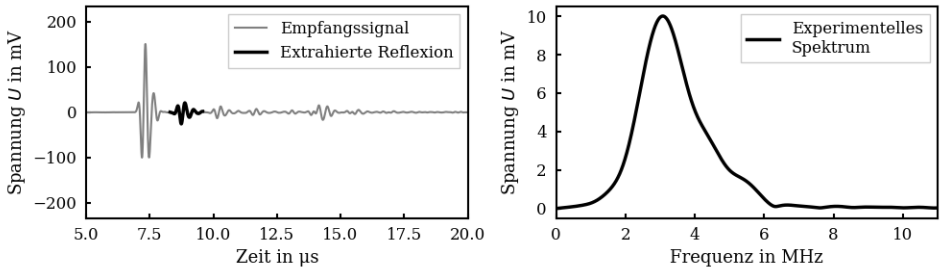


Abb. D.26: Ergebnis für das zylindrische Alu-Wasser-Alu-System bei $h_{Stell} = 100\,\mu\text{m}$

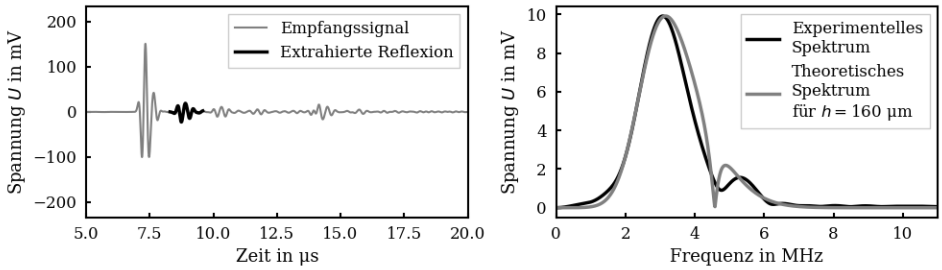


Abb. D.27: Ergebnis für das zylindrische Alu-Wasser-Alu-System bei $h_{Stell} = 150\,\mu\text{m}$

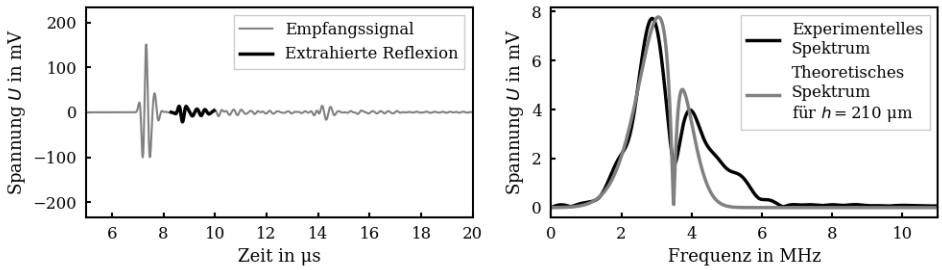


Abb. D.28: Ergebnis für das zylindrische Alu-Wasser-Alu-System bei $h_{Stell} = 200\,\mu\text{m}$

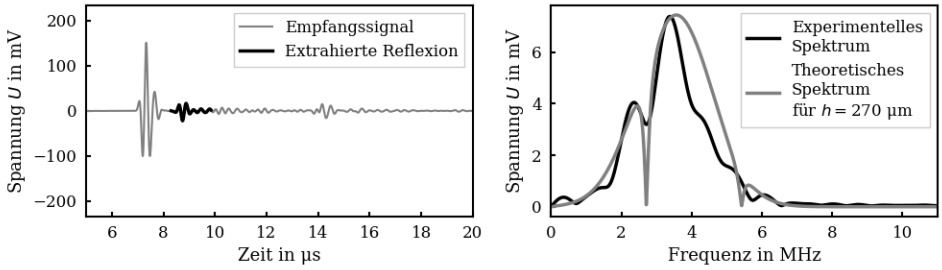


Abb. D.29: Ergebnis für das zylindrische Alu-Wasser-Alu-System bei $h_{Stell} = 250\,\mu\text{m}$

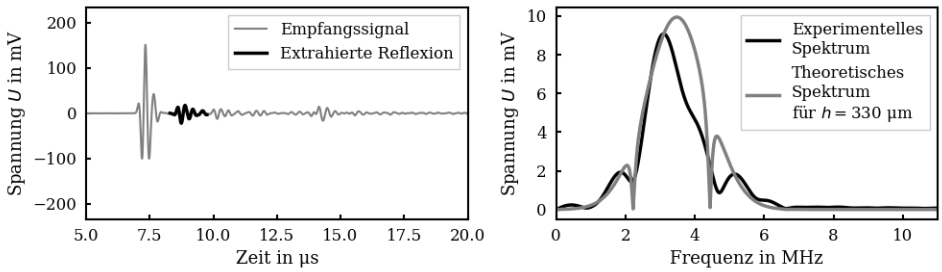


Abb. D.30: Ergebnis für das zylindrische Alu-Wasser-Alu-System bei $h_{Stell} = 300\,\mu\text{m}$

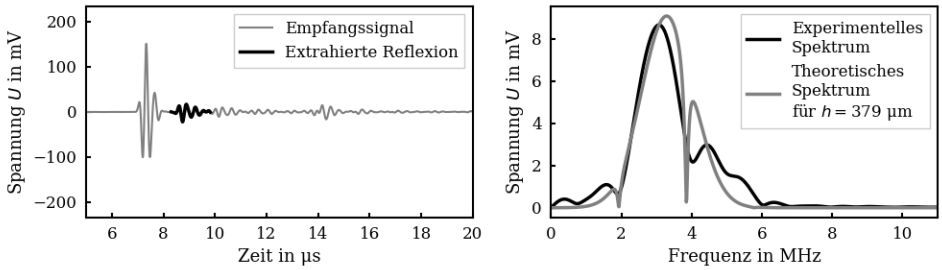


Abb. D.31: Ergebnis für das zylindrische Alu-Wasser-Alu-System bei $h_{Stell} = 350\,\mu\text{m}$

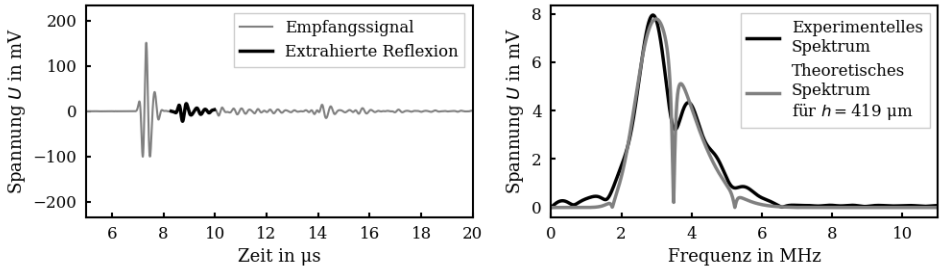


Abb. D.32: Ergebnis für das zylindrische Alu-Wasser-Alu-System bei $h_{Stell} = 400\,\mu\text{m}$

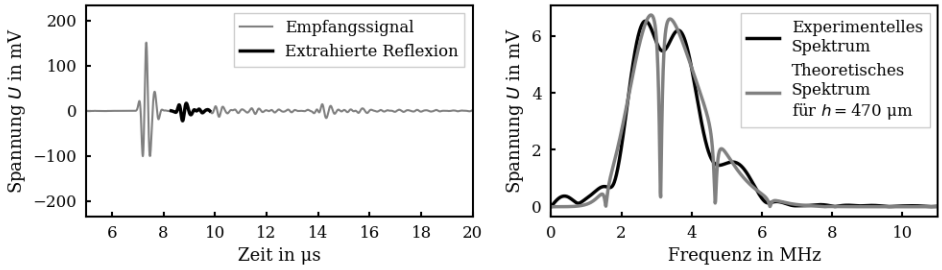


Abb. D.33: Ergebnis für das zylindrische Alu-Wasser-Alu-System bei $h_{Stell} = 450\,\mu\text{m}$

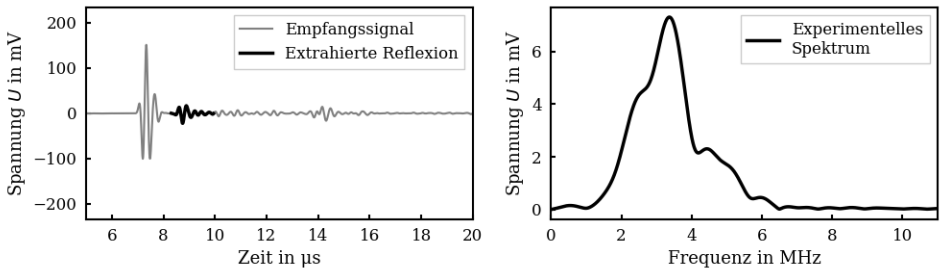


Abb. D.34: Ergebnis für das zylindrische Alu-Wasser-Alu-System bei $h_{Stell} = 500\,\mu\text{m}$

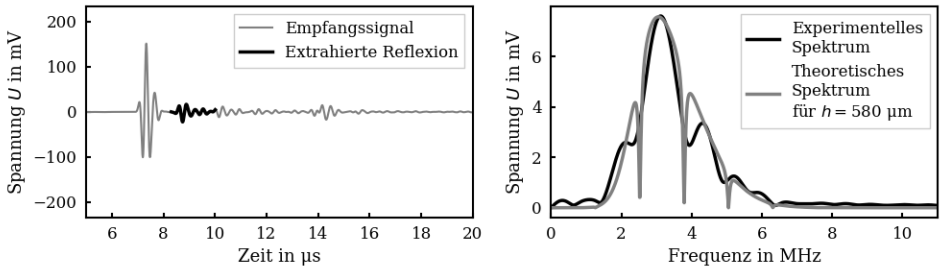


Abb. D.35: Ergebnis für das zylindrische Alu-Wasser-Alu-System bei $h_{Stell} = 550\,\mu\text{m}$

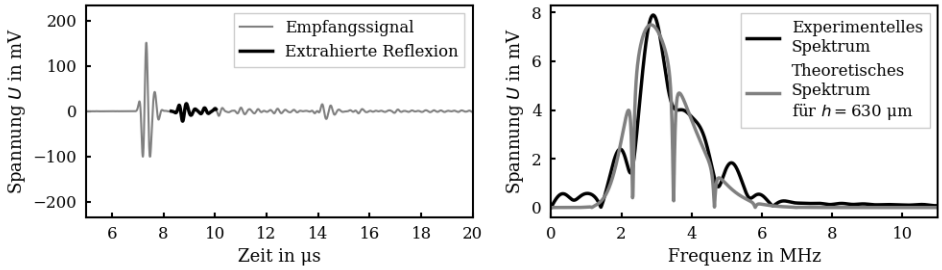


Abb. D.36: Ergebnis für das zylindrische Alu-Wasser-Alu-System bei $h_{Stell} = 600\,\mu\text{m}$

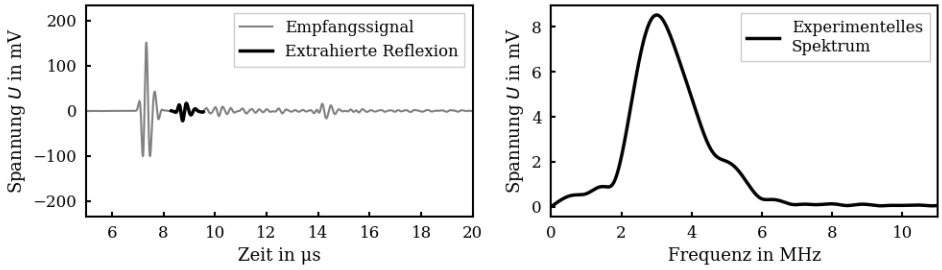


Abb. D.37: Ergebnis für das zylindrische Alu-Wasser-Alu-System bei $h_{Stell} = 650\,\mu\text{m}$

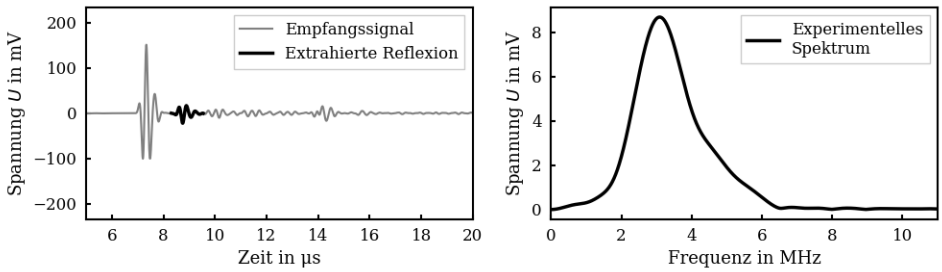


Abb. D.38: Ergebnis für das zylindrische Alu-Wasser-Alu-System bei $h_{Stell} = 700\,\mu\text{m}$

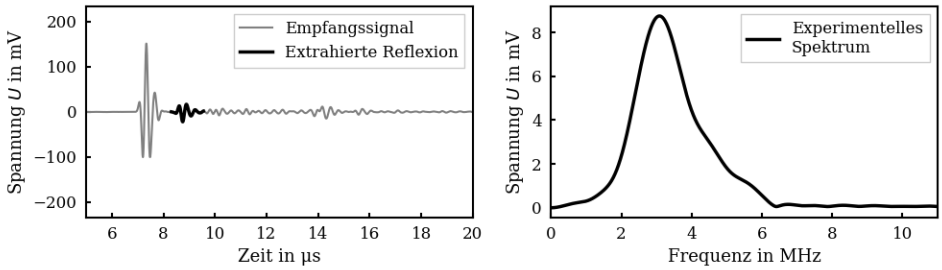


Abb. D.39: Ergebnis für das zylindrische Alu-Wasser-Alu-System bei $h_{Stell} = 750\,\mu\text{m}$

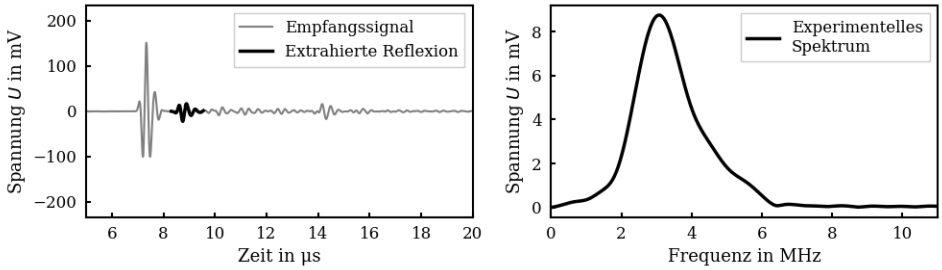


Abb. D.40: Ergebnis für das zylindrische Alu-Wasser-Alu-System bei $h_{Stell} = 800\,\mu\text{m}$

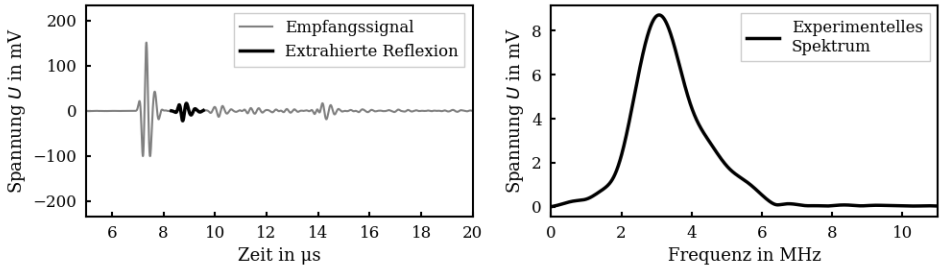


Abb. D.41: Ergebnis für das zylindrische Alu-Wasser-Alu-System bei $h_{Stell} = 850\,\mu\text{m}$

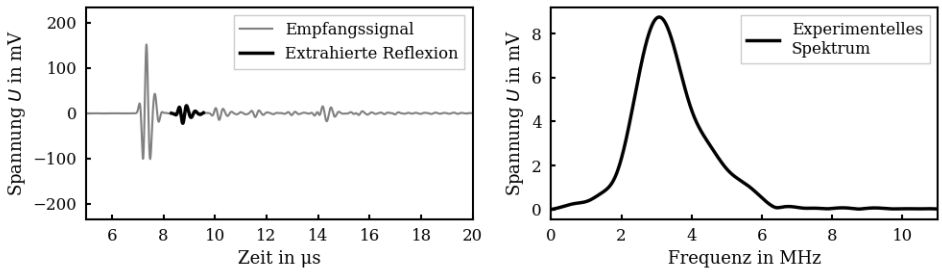


Abb. D.42: Ergebnis für das zylindrische Alu-Wasser-Alu-System bei $h_{Stell} = 900\,\mu\text{m}$

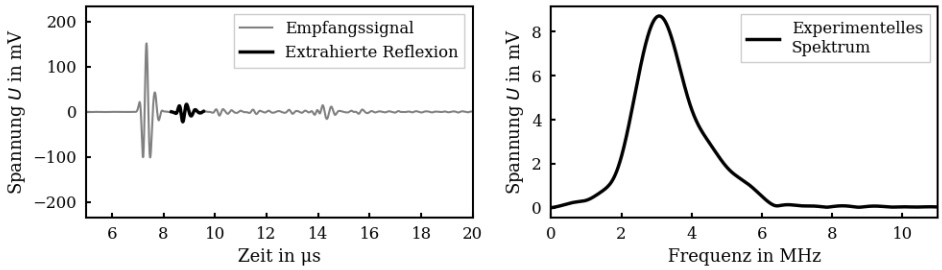


Abb. D.43: Ergebnis für das zylindrische Alu-Wasser-Alu-System bei $h_{Stell} = 950\,\mu\text{m}$

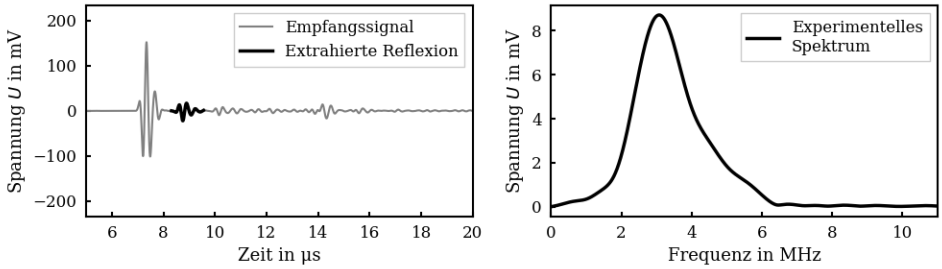


Abb. D.44: Ergebnis für das zylindrische Alu-Wasser-Alu-System bei $h_{Stell} = 1000\,\mu\text{m}$

D.3. Planares Knochen-Wasser-Titan-System

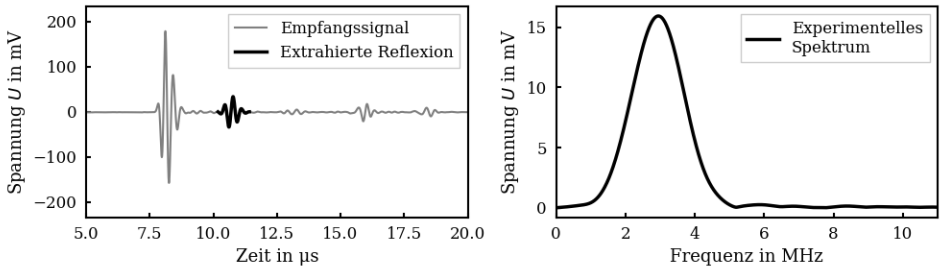


Abb. D.45: Ergebnis für das planare Knochen-Wasser-Titan-System bei $h_{Stell} = 0\,\mu\text{m}$

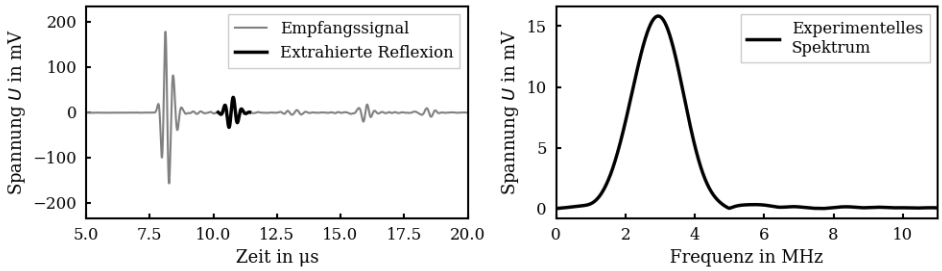


Abb. D.46: Ergebnis für das planare Knochen-Wasser-Titan-System bei $h_{Stell} = 50\,\mu\text{m}$

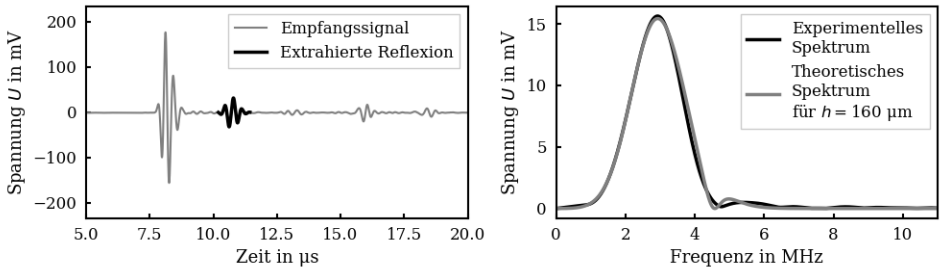


Abb. D.47: Ergebnis für das planare Knochen-Wasser-Titan-System bei $h_{Stell} = 100\,\mu\text{m}$

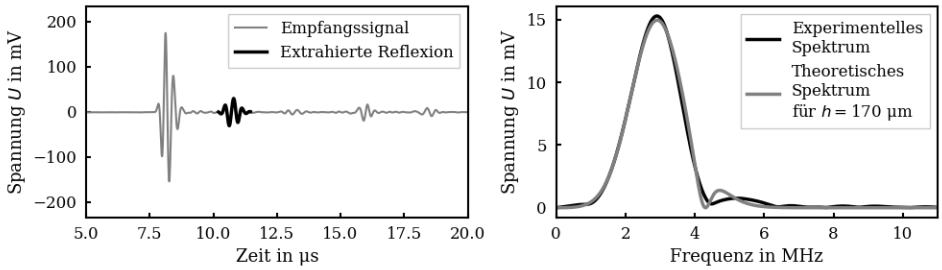


Abb. D.48: Ergebnis für das planare Knochen-Wasser-Titan-System bei $h_{Stell} = 150\,\mu\text{m}$

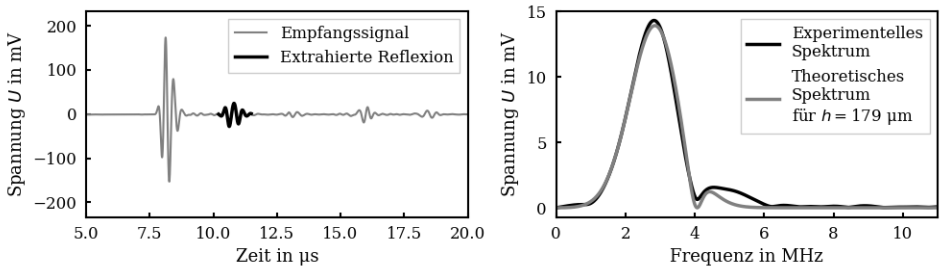


Abb. D.49: Ergebnis für das planare Knochen-Wasser-Titan-System bei $h_{Stell} = 200\,\mu\text{m}$

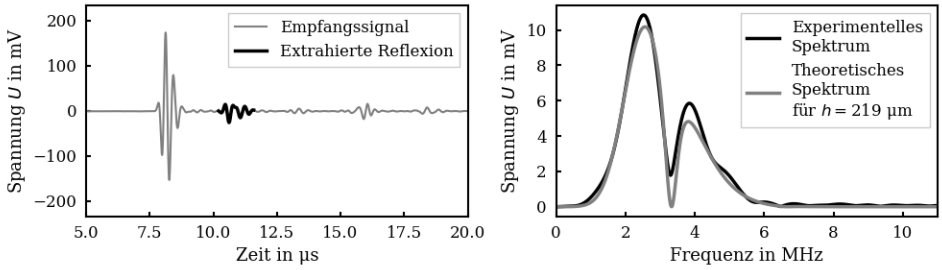


Abb. D.50: Ergebnis für das planare Knochen-Wasser-Titan-System bei $h_{Stell} = 250\,\mu\text{m}$

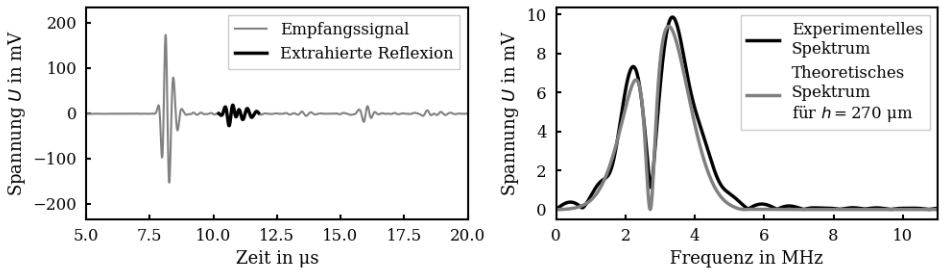


Abb. D.51: Ergebnis für das planare Knochen-Wasser-Titan-System bei $h_{Stell} = 300\,\mu\text{m}$

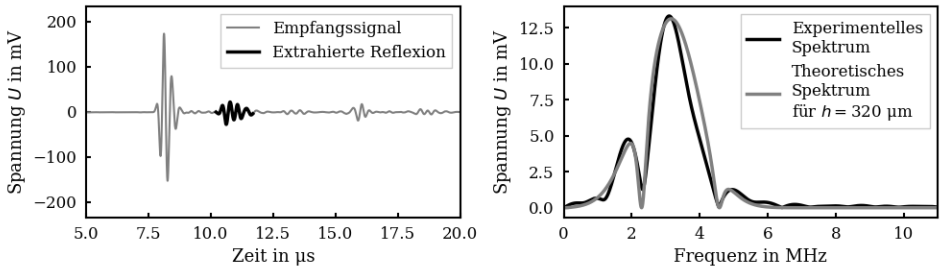


Abb. D.52: Ergebnis für das planare Knochen-Wasser-Titan-System bei $h_{Stell} = 350\,\mu\text{m}$

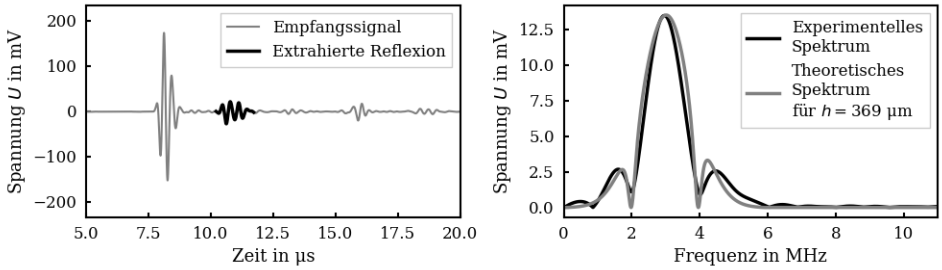


Abb. D.53: Ergebnis für das planare Knochen-Wasser-Titan-System bei $h_{Stell} = 400\,\mu\text{m}$

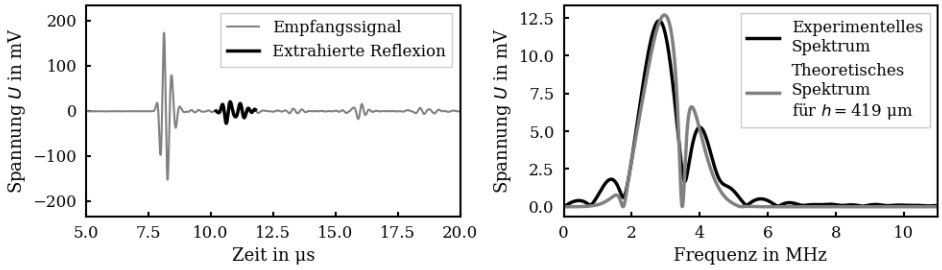


Abb. D.54: Ergebnis für das planare Knochen-Wasser-Titan-System bei $h_{Stell} = 450\,\mu\text{m}$

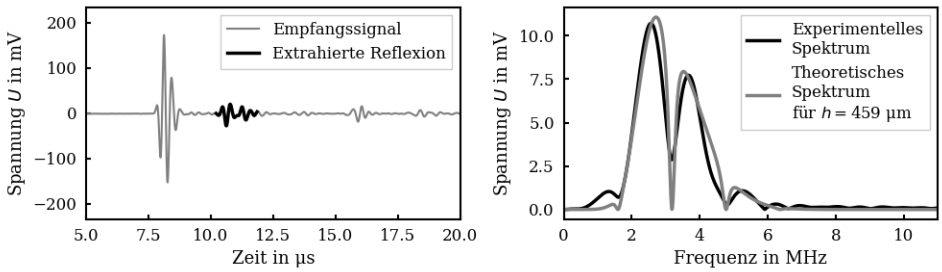


Abb. D.55: Ergebnis für das planare Knochen-Wasser-Titan-System bei $h_{Stell} = 500\,\mu\text{m}$

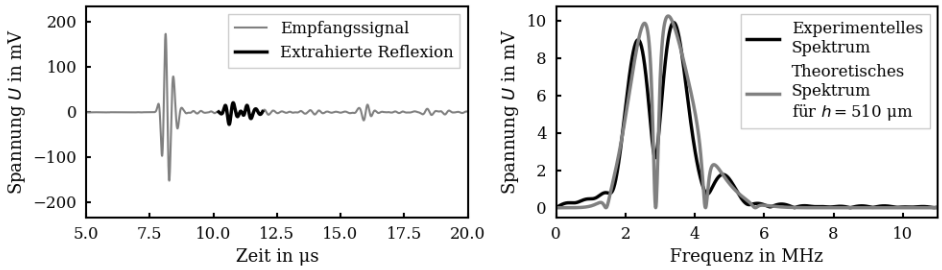


Abb. D.56: Ergebnis für das planare Knochen-Wasser-Titan-System bei $h_{Stell} = 550\,\mu\text{m}$

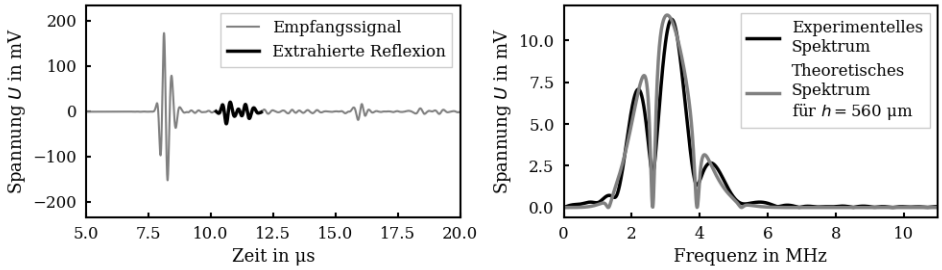


Abb. D.57: Ergebnis für das planare Knochen-Wasser-Titan-System bei $h_{Stell} = 600\,\mu\text{m}$

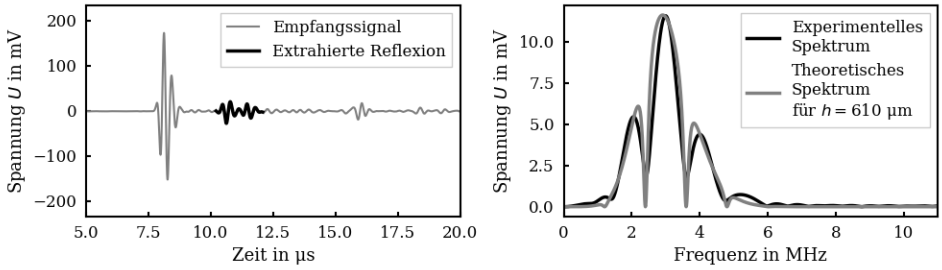


Abb. D.58: Ergebnis für das planare Knochen-Wasser-Titan-System bei $h_{Stell} = 650\,\mu\text{m}$

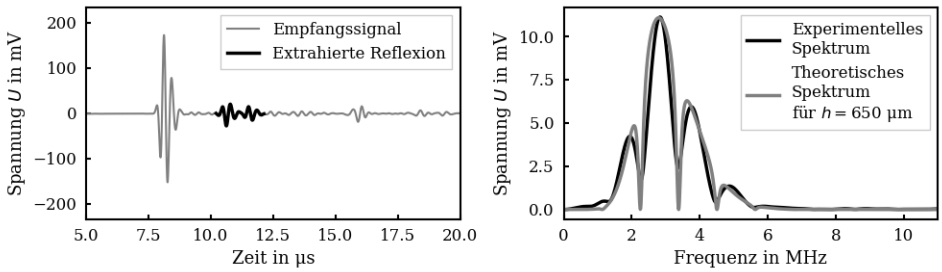


Abb. D.59: Ergebnis für das planare Knochen-Wasser-Titan-System bei $h_{Stell} = 700\,\mu\text{m}$

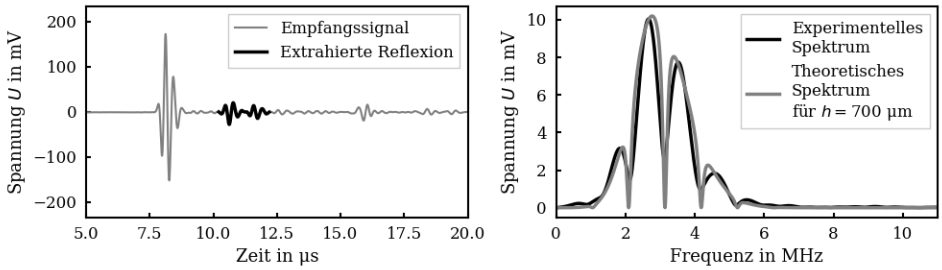


Abb. D.60: Ergebnis für das planare Knochen-Wasser-Titan-System bei $h_{Stell} = 750\,\mu\text{m}$

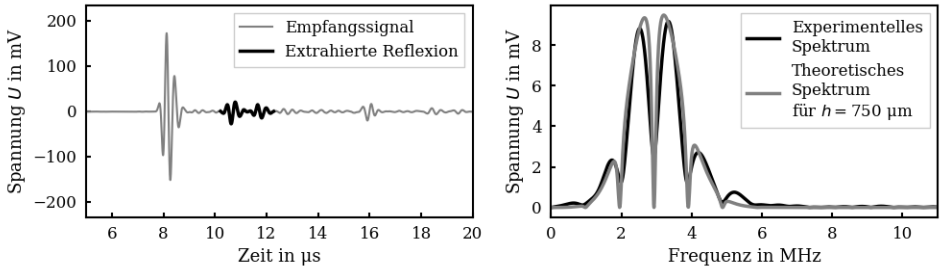


Abb. D.61: Ergebnis für das planare Knochen-Wasser-Titan-System bei $h_{Stell} = 800\,\mu\text{m}$

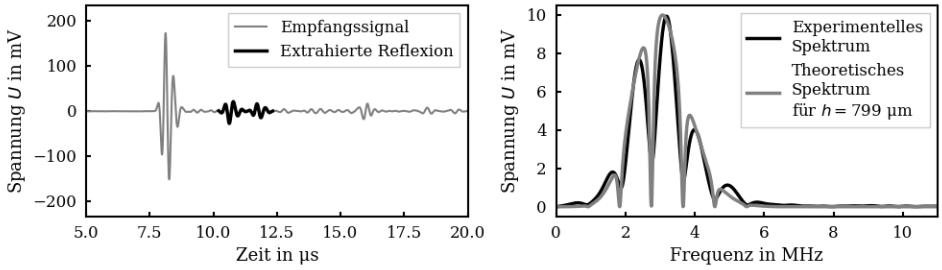


Abb. D.62: Ergebnis für das planare Knochen-Wasser-Titan-System bei $h_{Stell} = 850\,\mu\text{m}$

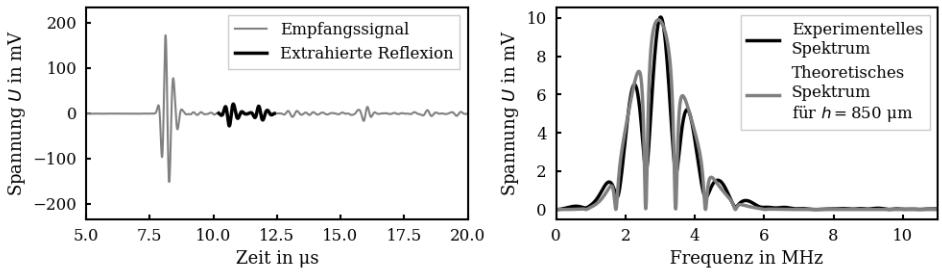


Abb. D.63: Ergebnis für das planare Knochen-Wasser-Titan-System bei $h_{Stell} = 900\,\mu\text{m}$

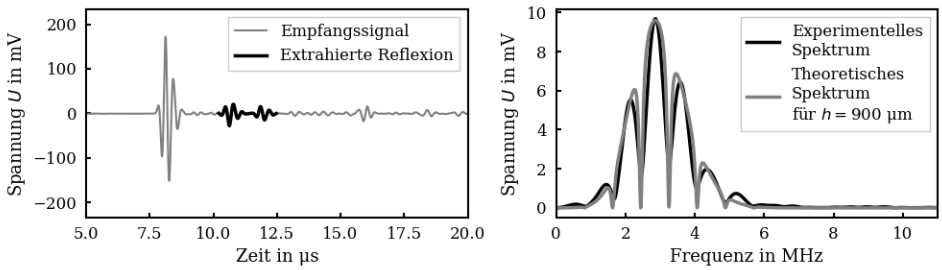


Abb. D.64: Ergebnis für das planare Knochen-Wasser-Titan-System bei $h_{Stell} = 950\,\mu\text{m}$

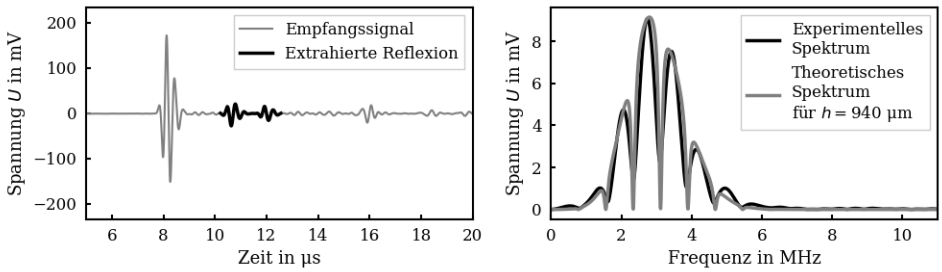


Abb. D.65: Ergebnis für das planare Knochen-Wasser-Titan-System bei $h_{Stell} = 1000\,\mu\text{m}$

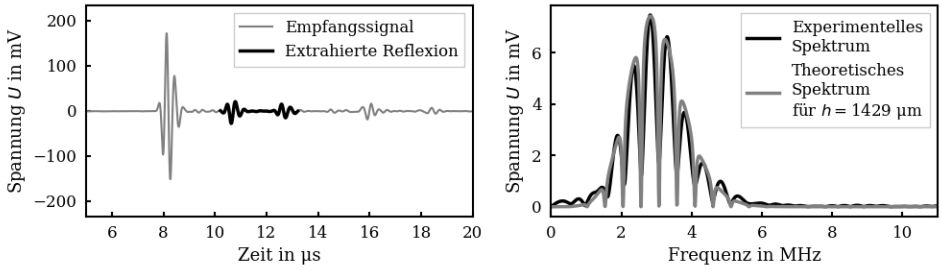


Abb. D.66: Ergebnis für das planare Knochen-Wasser-Titan-System bei $h_{Stell} = 1500\,\mu\text{m}$

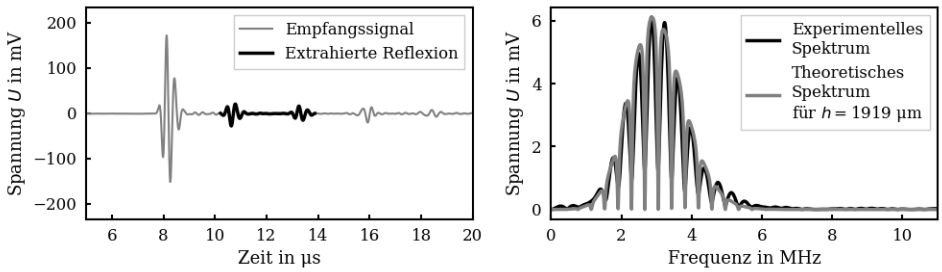


Abb. D.67: Ergebnis für das planare Knochen-Wasser-Titan-System bei $h_{Stell} = 2000\,\mu\text{m}$

D.4. Realitätsnahes Knochen-Implantat-System

Messreihe 1

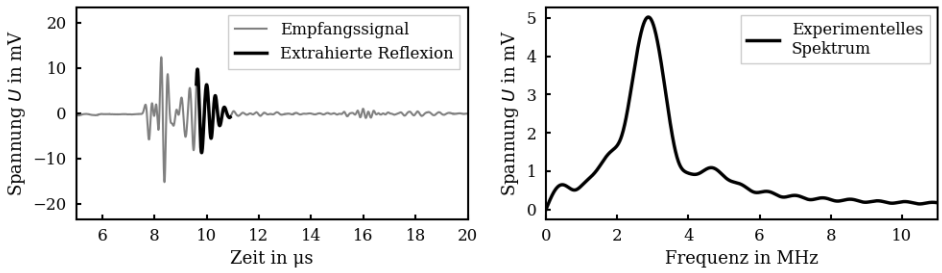


Abb. D.68: Ergebnis von Messung 1 der Messreihe 1 am Knochen-Implantat-System

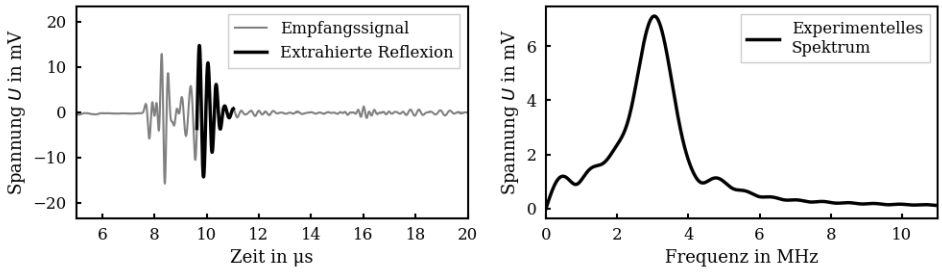


Abb. D.69: Ergebnis von Messung 2 der Messreihe 1 am Knochen-Implantat-System

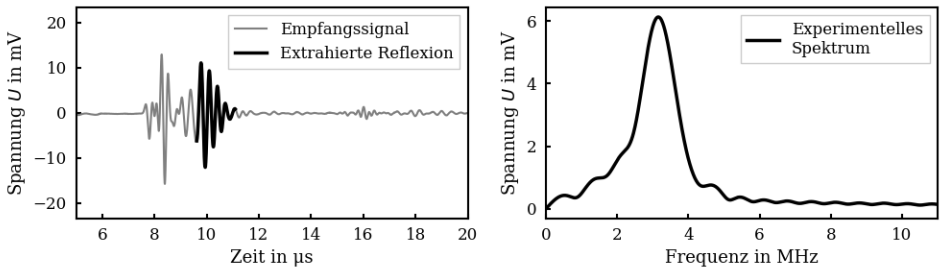


Abb. D.70: Ergebnis von Messung 3 der Messreihe 1 am Knochen-Implantat-System

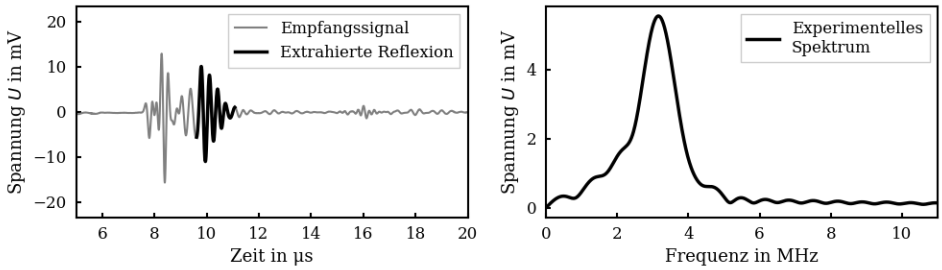


Abb. D.71: Ergebnis von Messung 4 der Messreihe 1 am Knochen-Implantat-System

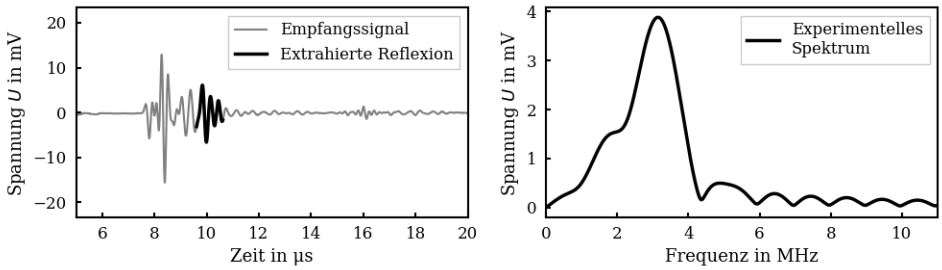


Abb. D.72: Ergebnis von Messung 5 der Messreihe 1 am Knochen-Implantat-System

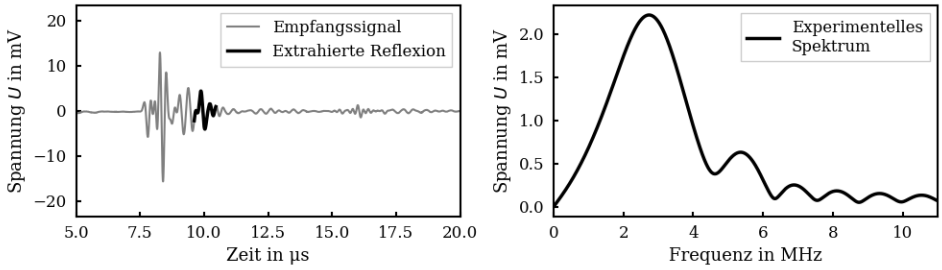


Abb. D.73: Ergebnis von Messung 6 der Messreihe 1 am Knochen-Implantat-System

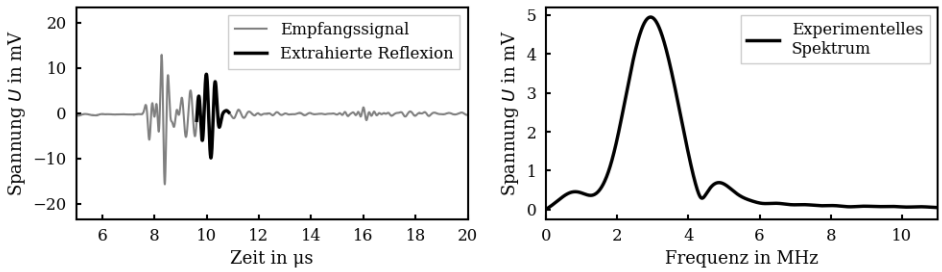


Abb. D.74: Ergebnis von Messung 7 der Messreihe 1 am Knochen-Implantat-System

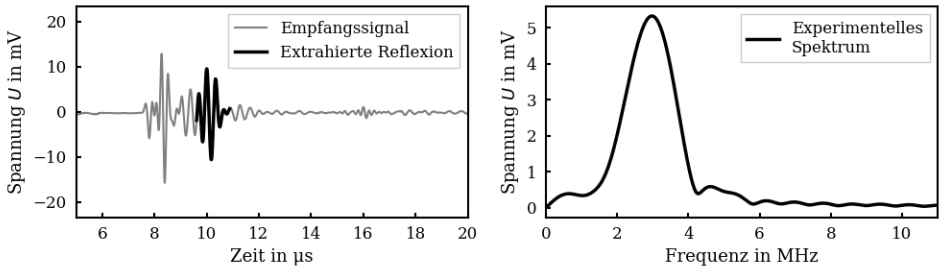


Abb. D.75: Ergebnis von Messung 8 der Messreihe 1 am Knochen-Implantat-System

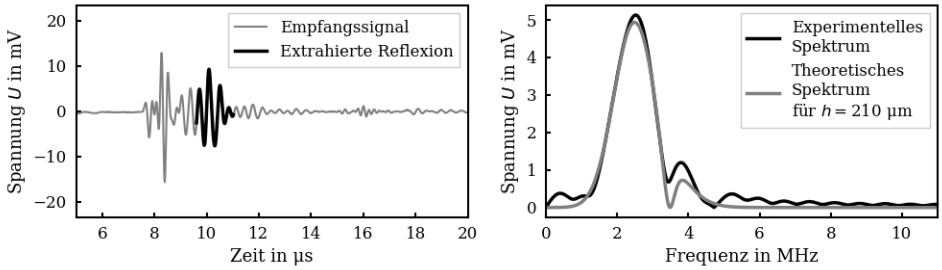


Abb. D.76: Ergebnis von Messung 9 der Messreihe 1 am Knochen-Implantat-System

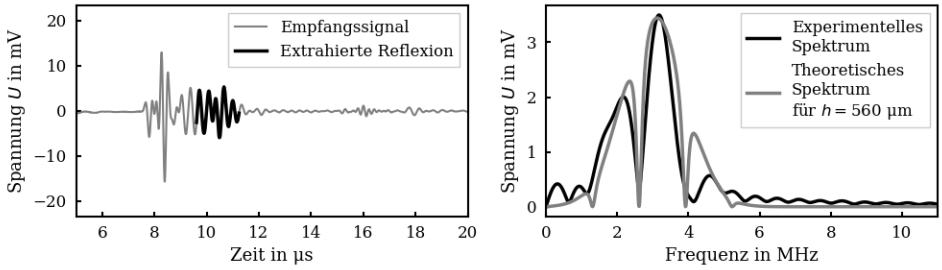


Abb. D.77: Ergebnis von Messung 10 der Messreihe 1 am Knochen-Implantat-System

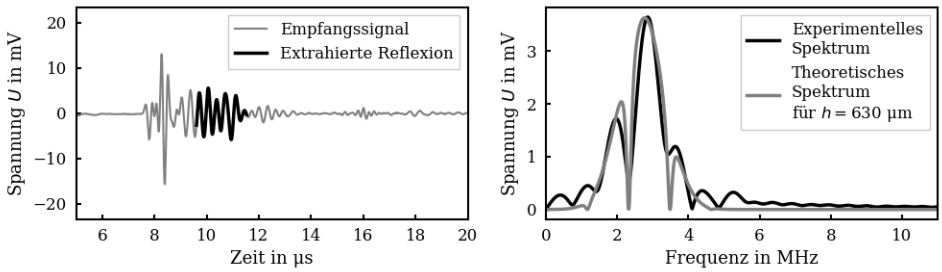


Abb. D.78: Ergebnis von Messung 11 der Messreihe 1 am Knochen-Implantat-System

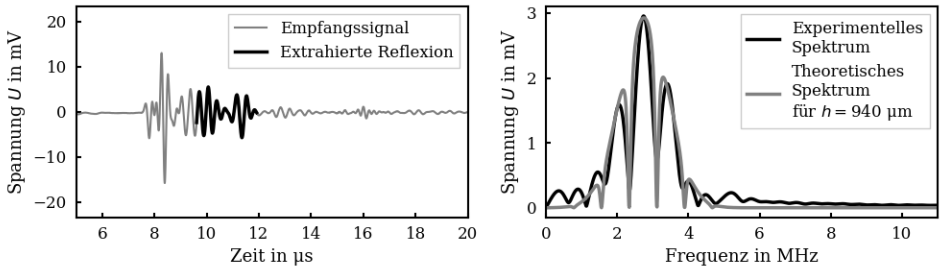


Abb. D.79: Ergebnis von Messung 12 der Messreihe 1 am Knochen-Implantat-System

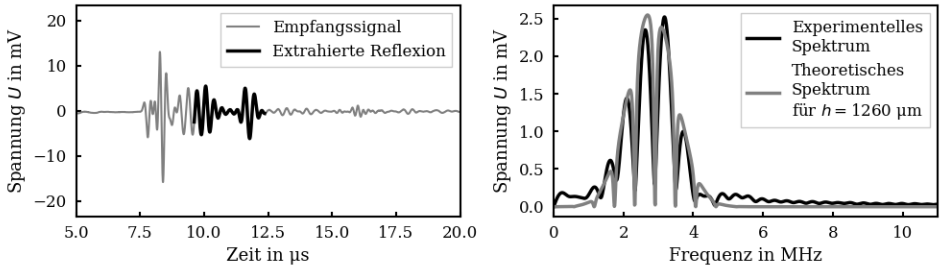


Abb. D.80: Ergebnis von Messung 13 der Messreihe 1 am Knochen-Implantat-System

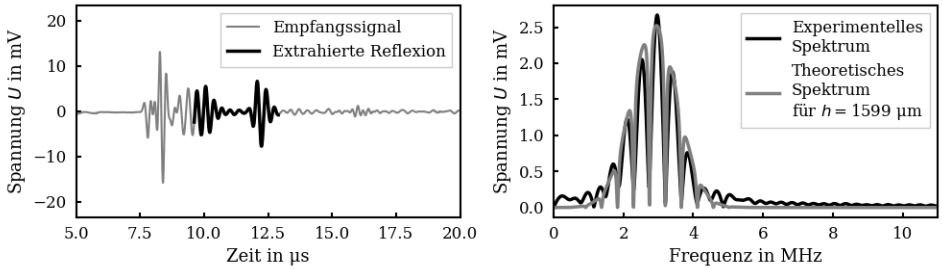


Abb. D.81: Ergebnis von Messung 14 der Messreihe 1 am Knochen-Implantat-System

Messreihe 2

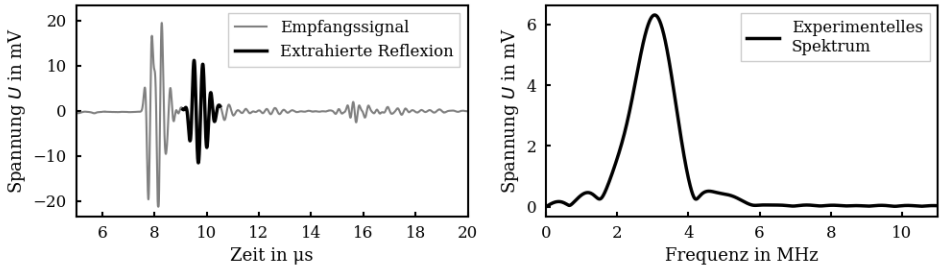


Abb. D.82: Ergebnis von Messung 1 der Messreihe 2 am Knochen-Implantat-System

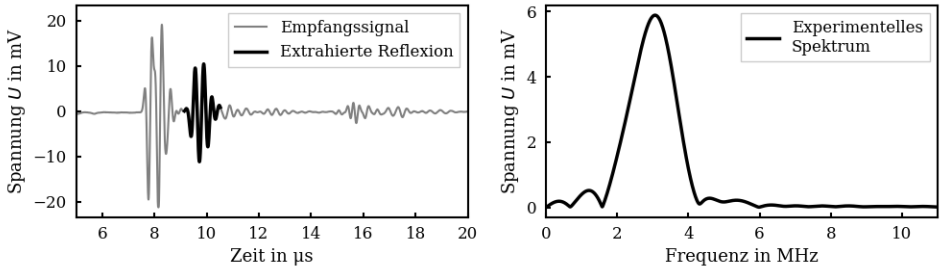


Abb. D.83: Ergebnis von Messung 2 der Messreihe 2 am Knochen-Implantat-System

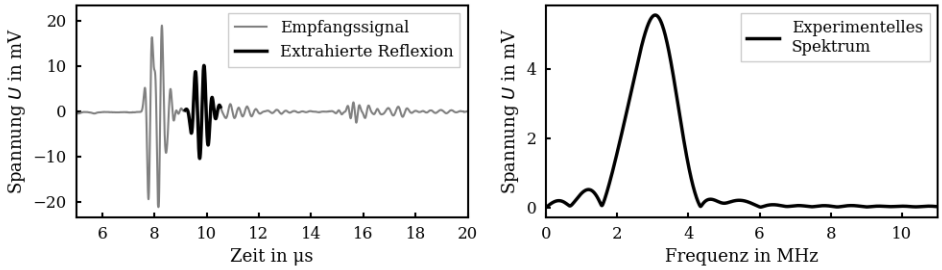


Abb. D.84: Ergebnis von Messung 3 der Messreihe 2 am Knochen-Implantat-System

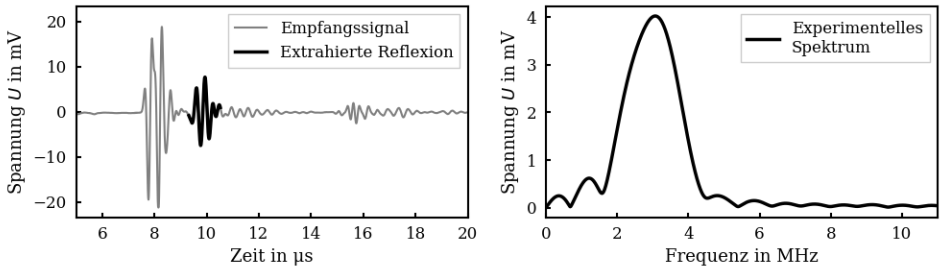


Abb. D.85: Ergebnis von Messung 4 der Messreihe 2 am Knochen-Implantat-System

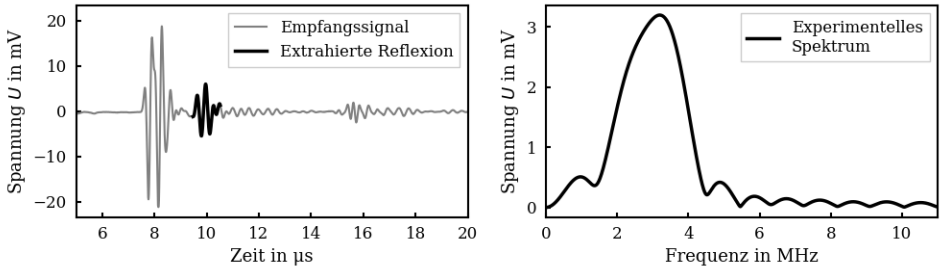


Abb. D.86: Ergebnis von Messung 5 der Messreihe 2 am Knochen-Implantat-System

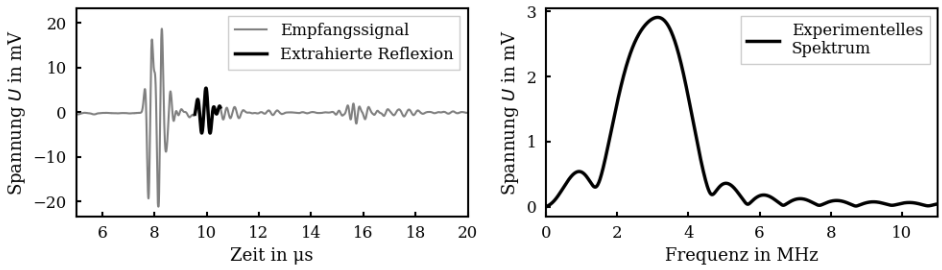


Abb. D.87: Ergebnis von Messung 6 der Messreihe 2 am Knochen-Implantat-System

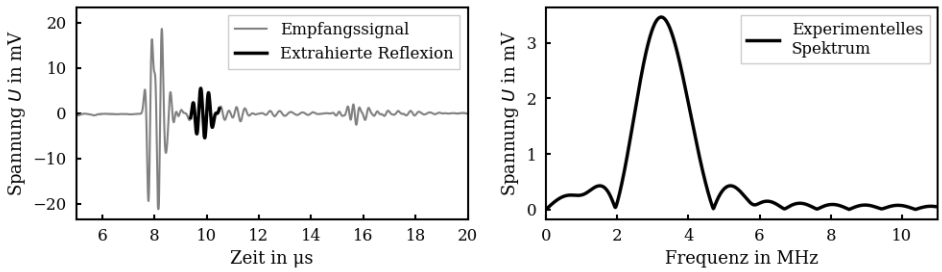


Abb. D.88: Ergebnis von Messung 7 der Messreihe 2 am Knochen-Implantat-System

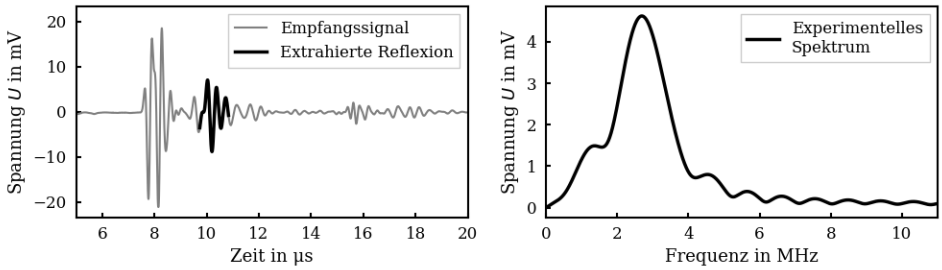


Abb. D.89: Ergebnis von Messung 8 der Messreihe 2 am Knochen-Implantat-System

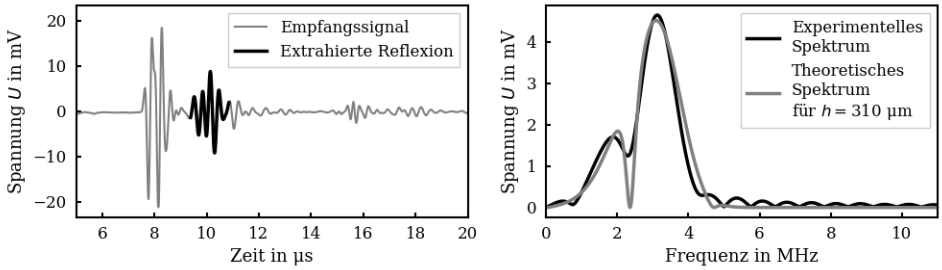


Abb. D.90: Ergebnis von Messung 9 der Messreihe 2 am Knochen-Implantat-System

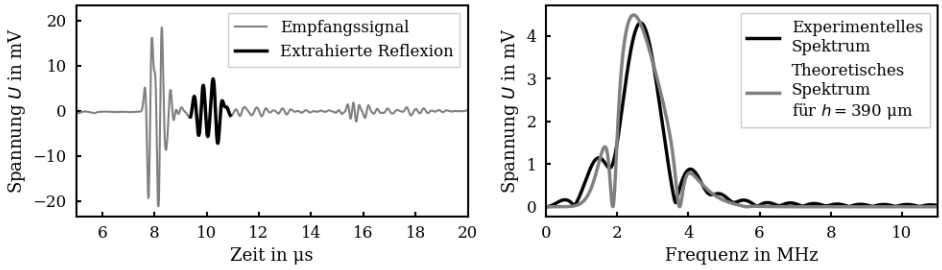


Abb. D.91: Ergebnis von Messung 10 der Messreihe 2 am Knochen-Implantat-System

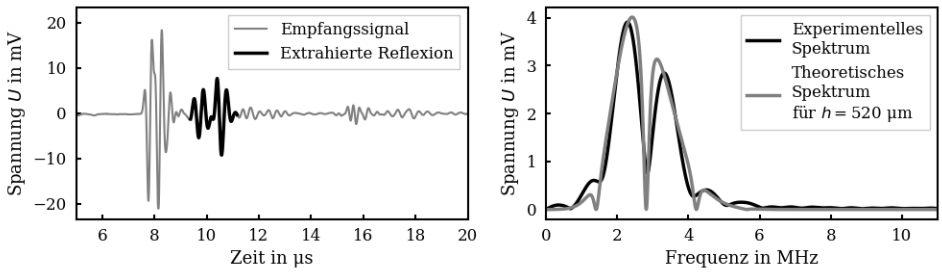


Abb. D.92: Ergebnis von Messung 11 der Messreihe 2 am Knochen-Implantat-System

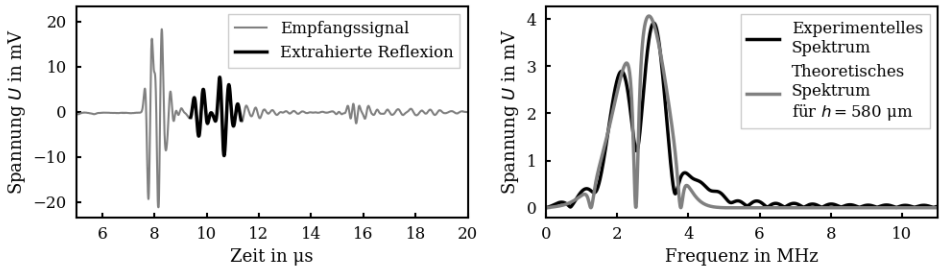


Abb. D.93: Ergebnis von Messung 12 der Messreihe 2 am Knochen-Implantat-System

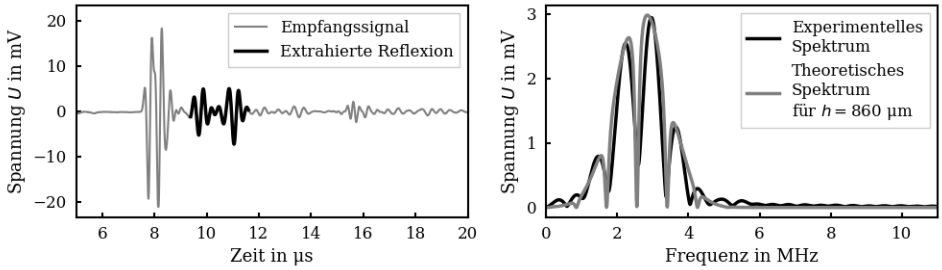


Abb. D.94: Ergebnis von Messung 13 der Messreihe 2 am Knochen-Implantat-System

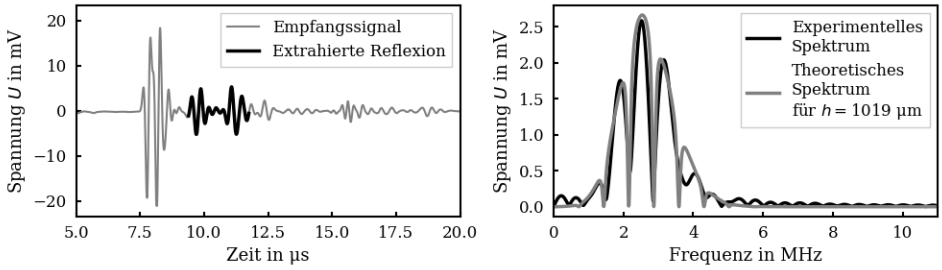


Abb. D.95: Ergebnis von Messung 14 der Messreihe 2 am Knochen-Implantat-System

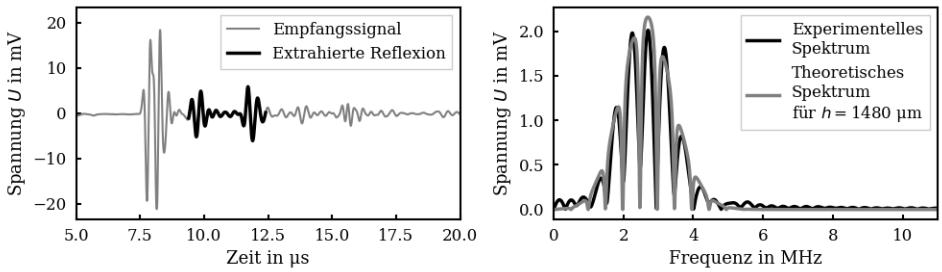


Abb. D.96: Ergebnis von Messung 15 der Messreihe 2 am Knochen-Implantat-System

Messreihe 3

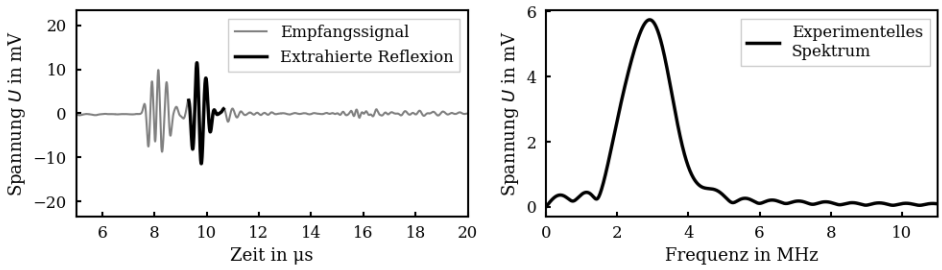


Abb. D.97: Ergebnis von Messung 1 der Messreihe 3 am Knochen-Implantat-System

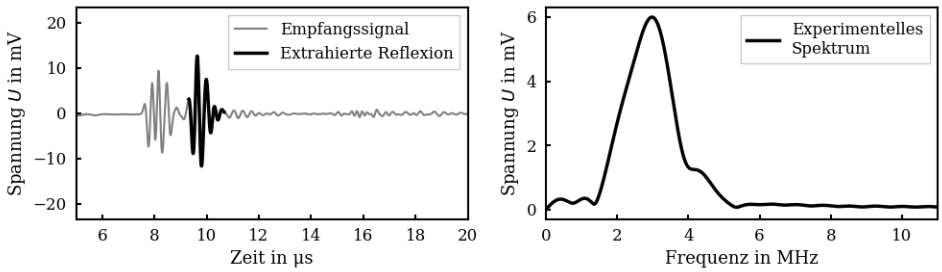


Abb. D.98: Ergebnis von Messung 2 der Messreihe 3 am Knochen-Implantat-System

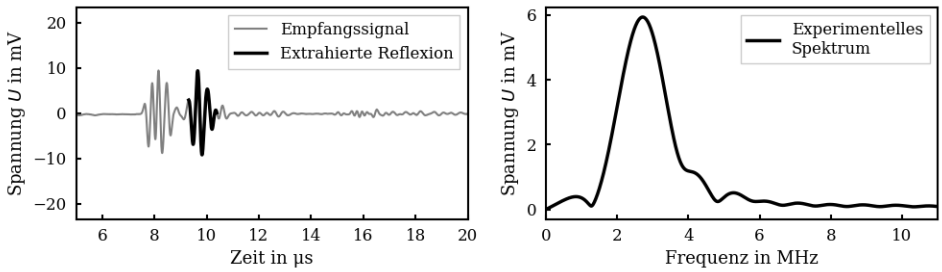


Abb. D.99: Ergebnis von Messung 3 der Messreihe 3 am Knochen-Implantat-System

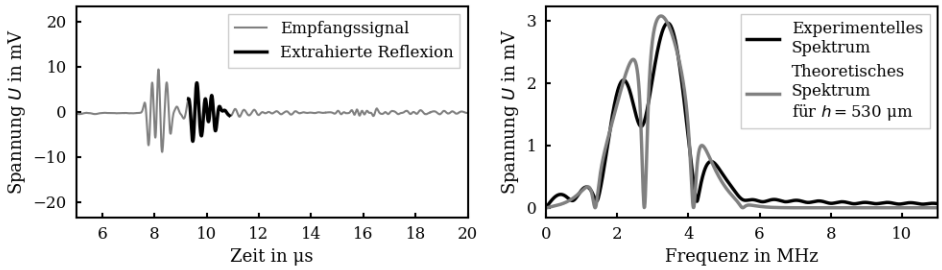


Abb. D.100: Ergebnis von Messung 4 der Messreihe 3 am Knochen-Implantat-System

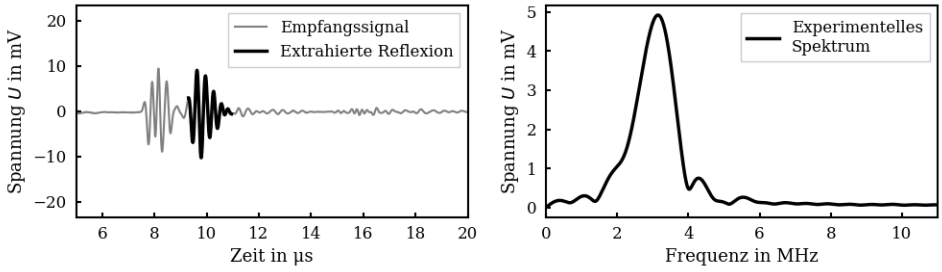


Abb. D.101: Ergebnis von Messung 5 der Messreihe 3 am Knochen-Implantat-System

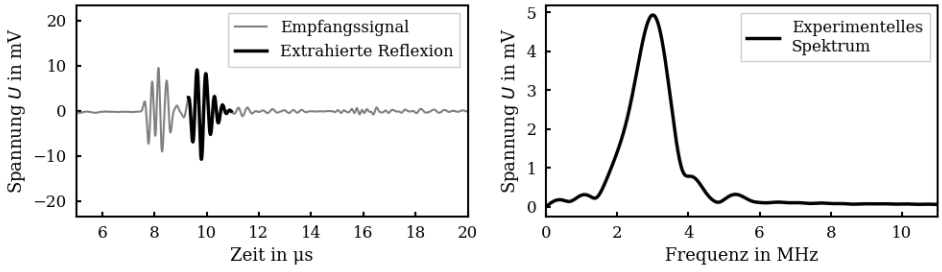


Abb. D.102: Ergebnis von Messung 6 der Messreihe 3 am Knochen-Implantat-System

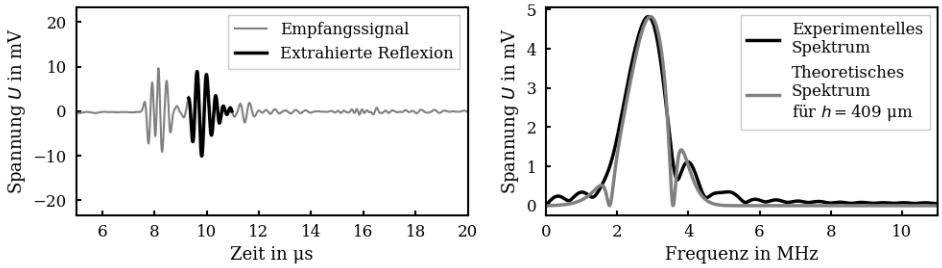


Abb. D.103: Ergebnis von Messung 7 der Messreihe 3 am Knochen-Implantat-System

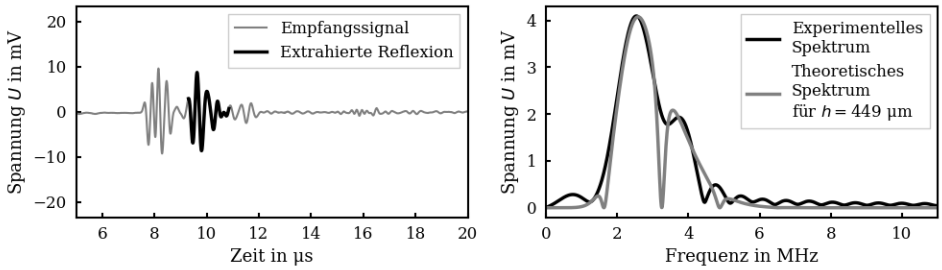


Abb. D.104: Ergebnis von Messung 8 der Messreihe 3 am Knochen-Implantat-System

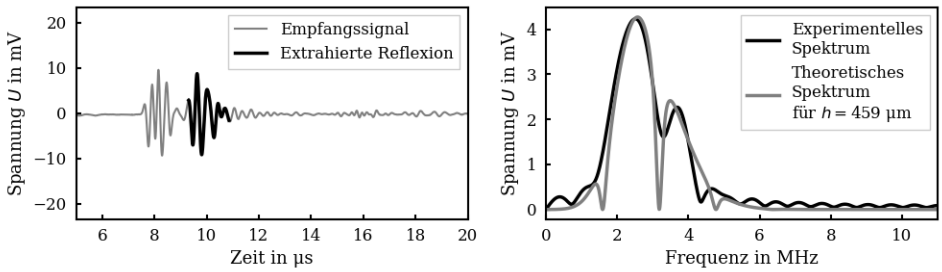


Abb. D.105: Ergebnis von Messung 9 der Messreihe 3 am Knochen-Implantat-System

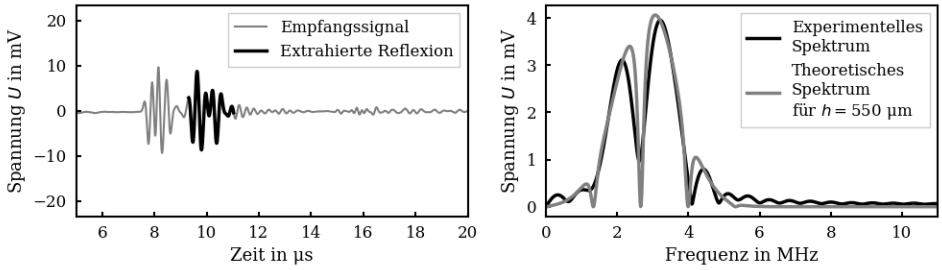


Abb. D.106: Ergebnis von Messung 10 der Messreihe 3 am Knochen-Implantat-System

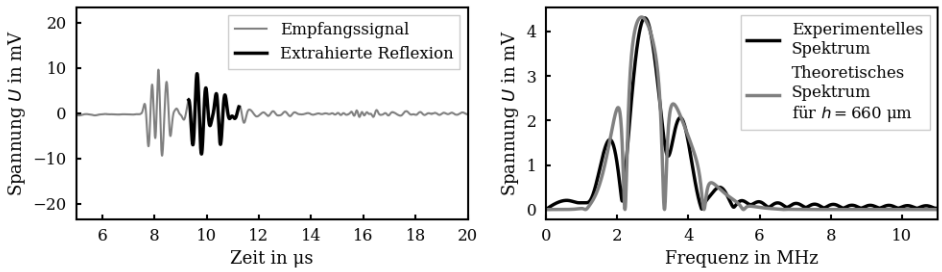


Abb. D.107: Ergebnis von Messung 11 der Messreihe 3 am Knochen-Implantat-System

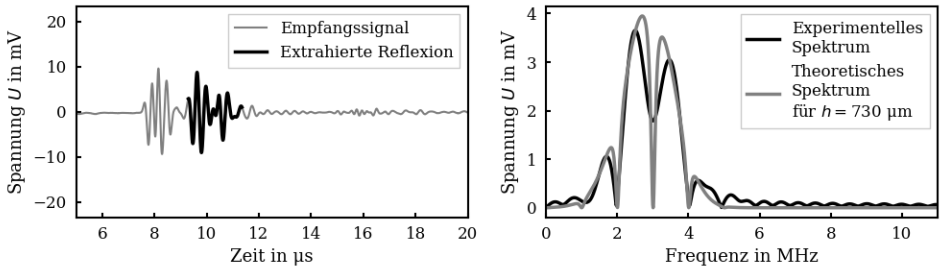


Abb. D.108: Ergebnis von Messung 12 der Messreihe 3 am Knochen-Implantat-System

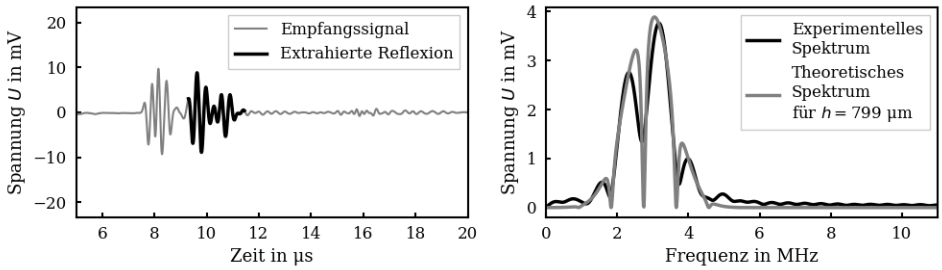


Abb. D.109: Ergebnis von Messung 13 der Messreihe 3 am Knochen-Implantat-System

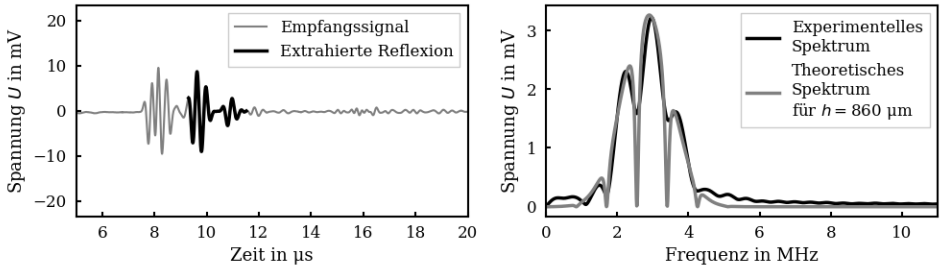


Abb. D.110: Ergebnis von Messung 14 der Messreihe 3 am Knochen-Implantat-System

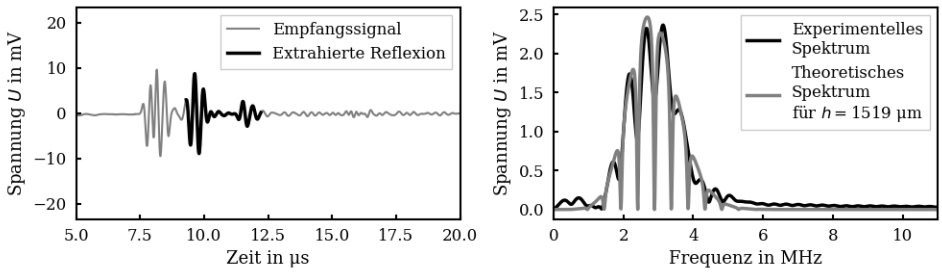


Abb. D.111: Ergebnis von Messung 15 der Messreihe 3 am Knochen-Implantat-System